

Analyse de la manœuvrabilité d'un véhicule à quatre essieux dont un essieu (deuxième) est directionnel et dont l'angle de direction est commandé par le premier essieu selon un rapport constant ou variable.

Rapport technique préparé par :

Boumédiène Falah, Ph.D, ing.

Juin 2009

1-) Introduction	5
2-) Problématique.....	6
3-) Objectifs.....	8
4-) Modèle mathématiques de différents configurations de véhicules.....	8
4-a) Véhicule à deux essieux.	10
4-b) Véhicule à trois essieux	18
4-c) Véhicule à quatre essieux	23
5-) Simulations dynamiques du véhicule à quatre essieux :	31
5-a) Simulations sur un cercle à rayon et vitesse constants : évolution des angles de glissement	31
5-b) Simulations sur rayon constant: diagramme de manœuvre.....	46
5-c) Simulations portant sur un changement de voie : régime transitoire.....	47
6-) Conclusion	49
7-) Recommandations	51
8-) Bibliographie.....	52

Figure 1 : Véhicule 12 roues Freightliner d'essai	6
Figure 2 : Modèle général d'un véhicule à 2 essieux.....	12
Figure 3 : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à deux essieux.....	13
Figure 4 : Coefficient de sous-virage d'un véhicule à deux essieux en fonction du rapport d'angle.	13
Figure 5 : Angle de glissement du véhicule à 2 essieux en fonction de la vitesse.....	15
Figure 6 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 2 essieux.....	15
Figure 7 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse d'un véhicule à 2 essieux.....	16
Figure 8: Coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse d'un véhicule à 2 essieux.....	17
Figure 9 : Amplitude et phase du mouvement de lacet du véhicule à 3 essieux.....	18
Figure 10 : Modèle général du véhicule à trois essieux	19
Figure 11 : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 3 essieux.	20
Figure 12 : Coefficient de sous-virage en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 3 essieux.	20
Figure 13 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 3 essieux.....	21
Figure 14 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse d'un véhicule à 2 essieux.....	22
Figure 15 : Coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse d'un véhicule à 3 essieux.....	22
Figure 16 : Amplitude et phase du mouvement de lacet d'un véhicule à 3 essieux.....	23
Figure 17 : Modèle général du véhicule à quatre essieux	25
Figure 18-a : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à 4 essieux (essieu 2 directionnel)	26
Figure 18-b : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à 4 essieux. (essieu 4 directionnel).	26
Figure 19 : Coefficient de sous-virage en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 4 essieux.	27
Figure 20 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux. Deuxième essieu directionnel.....	28
Figure 21 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux. (agrandi)	28
Figure 22 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux.....	29
(quatrième essieu directionnel).	29
Figure 23 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux.....	29
Figure 24 : Coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux	30
Figure 25: Amplitude et phase du mouvement de lacet du véhicule à 4 essieux.....	31
Figure 26-a : Angles de glissement pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 20 kph.....	32
Figure 26-b Angle de glissement rms pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 20 kph..	32
Figure 27-a: Angles de glissement pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 30 kph.....	33
Figure 27-b Angle de glissement rms pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 30 kph.	33
Figure 28-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 20 kph.....	34
Figure 28-b Angle de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 20 kph.	34
Figure 29-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 30 kph.....	35
Figure 29-b Angle de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 30 kph.	35
Figure 30-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 40 kph.....	36
Figure 30-b Angles de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 40 kph.	36
Figure 31-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 20 kph.....	37
Figure 31-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 20 kph.	37
Figure 32-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 30 kph.....	38

Figure 32-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 30 kph.	38
Figure 33-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 40 kph.	39
Figure 33-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 40 kph.	39
Figure 34-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 60 kph.	40
Figure 34-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 60 kph.	40
Figure 35-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 20 kph.	41
Figure 35-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 20 kph.	41
Figure 36-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 30 kph.	42
Figure 36-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 30 kph.	42
Figure 37-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 40 kph.	43
Figure 37-b Angle de glissement moyen rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 40 kph.	43
Figure 38-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 60 kph.	44
Figure 38-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 60 kph.	44
Figure 39-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 70 kph.	45
Figure 39-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 70 kph.	45
Figure 40 : Angles aux roues en fonction de l'accélération latérale.	46
Figure 41: Angles aux roues en fonction de l'accélération latérale.	47
Figure 42 : Angles de glissement des quatre essieux à 30 km/h.	48
Figure 43 : Angles de glissement des quatre essieux à 50 km/h.	48
Figure 44 : Angles de glissement des quatre essieux à 70 km/h.	49

Définitions des symboles utilisés

- m** Masse totale du véhicule (kg)
m₁ : masse totale sur le premier essieu (kg)
m₂ : masse totale sur le premier essieu (kg)
m₃ : masse totale sur le premier essieu (kg)
m₄ : masse totale sur le premier essieu (kg)
I_z: Moment d'inertie du véhicule par rapport à l'axe vertical (kg.m²)
v_x : Vitesse longitudinale du véhicule (m/s)
v_y : Vitesse latérale du véhicule (m/s)
r: Vitesse angulaire en lacet (rd/s)
F_{y1} : Force latérale appliqué sur l'essieu 1 (N)
F_{y2} : Force latérale appliqué sur l'essieu 2 (N)
F_{y3} : Force latérale appliqué sur l'essieu 3 (N)
F_{y4} : Force latérale appliqué sur l'essieu 4 (N)
k₁ : Rigidité latérale du pneu 1 (N/rd)
k₂ : Rigidité latérale du pneu 2 (N/rd)
k₃: Rigidité latérale du pneu 3 (N/rd)
k₄ : Rigidité latérale du pneu 4 (N/rd)
L_{wb} : empattement géométrique du véhicule (m)
L_{wbe} : empattement effectif (m)
α₁ : Angle de glissement de l'essieu 1 (rd)
α₂ : Angle de glissement de l'essieu 2 (rd)
α₃ : Angle de glissement de l'essieu 3 (rd)
α₄ : Angle de glissement de l'essieu4 (rd)
δ₁ : Angle de direction de la roue 1 (rd)
δ₂ : Angle de direction de la roue 2 (rd)
δ₃ : Angle de direction de la roue 3 (rd)
δ₄ : Angle de direction de la roue 4 (rd)
V₁ : Vitesse du centre de la roue 1
V₂ : Vitesse du centre de la roue 2
V₃ : Vitesse du centre de la roue 3
V₄ : Vitesse du centre de la roue 4
β : Angle de glissement du véhicule (rd)
K_u : coefficient de sous-virage (deg/g)
Sr : Rapport d'angle directionnel entre le premier et le second essieu.
 $\dot{\beta}$: dérivée de l'angle de glissement par rapport au temps

1-) Introduction

L'optimisation de la charge transportée par un véhicule 12 roues exige à positionner l'essieu directionnel ajouté relativement proche des essieux du tandem. Des essais effectués par le MTQ [1] sur un véhicule optimisé au niveau des charges axiales (figure 1) et dont deux types d'essieux directionnels (essieu auto-vireur, essieu à direction forcée) ont fait l'objet d'essais. Les résultats de cette investigation démontrent que la présence d'un essieu auto-vireur a tendance à accentuer le caractère sous-vireur du véhicule. Le blocage à hautes vitesses de l'essieu auto-vireur se traduit par un comportement survireur susceptible de compromettre la stabilité du véhicule. Par ailleurs, pour maintenir un seuil de renversement en roulis sensiblement inchangé du véhicule initial (véhicule à trois essieux), la suspension de l'essieu auto-vireur doit être pourvue d'une rigidité en roulis relativement élevée. Les essais liés à l'essieu à direction forcée démontrent que la rigidité en roulis développée par la suspension est nettement plus élevée que celle de l'essieu auto-vireur et dont l'amplitude permet de maintenir le seuil de renversement en roulis inchangé. Les essais de manœuvrabilité du véhicule équipé avec un essieu à direction forcée ont permis de mettre en évidence la présence, à partir d'un niveau d'accélération latérale (0.25 g environ), d'un comportement de nature survireur. Ce comportement pourrait s'expliquer par l'influence de différents paramètres dont la rigidité latérale des pneus, la rigidité torsionnelle de l'essieu ajouté et enfin du rapport d'angle entre le premier et le second essieu. Le rapport constant d'angle entre les deux essieux est déterminé par une analyse cinématique de rotation du véhicule et permet, à basse vitesses, de minimiser les angles de glissement des différents essieux. Par ailleurs, l'évaluation de ce rapport dit rapport d'Ackerman est basée sur l'hypothèse suivante : le centre de rotation des roues directionnelles est positionné au milieu de la distance séparant les deux essieux du tandem. Cette hypothèse n'est pas vérifiée lorsque le véhicule est pourvu d'un tandem. Pour rétablir cette hypothèse, il y a lieu de considérer l'empattement effectif qui prend en considération l'empattement géométrique ainsi que la contribution des rigidités latérales des pneus. Enfin, l'introduction d'un rapport d'angle entre les essieux permet de varier cet empattement effectif dans le but d'améliorer par exemple la manœuvrabilité du véhicule ou de limiter l'usure des pneus.

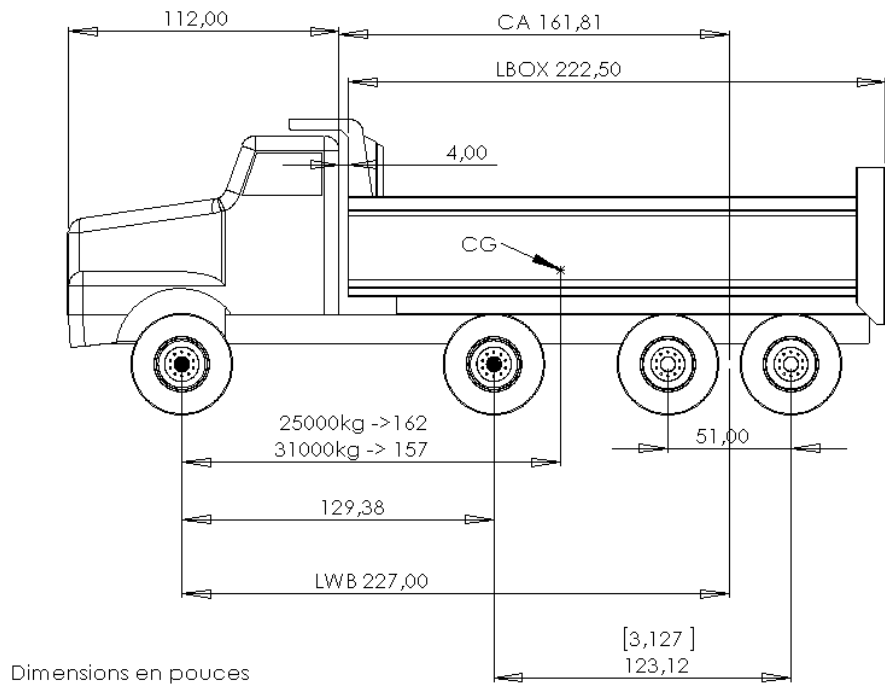


Figure 1 : Véhicule 12 roues Freightliner d'essai

2-) Problématique

Depuis plusieurs années, différentes recherches théoriques et expérimentales [2, 5] ont démontré, pour les véhicules légers, que le recours aux quatre roues directionnelles (4WS) offre un potentiel certain en matière de manœuvrabilité à basses vitesses et un meilleur contrôle directionnel à hautes vitesses. L'objectif de ces recherches est lié à l'identification des principaux paramètres associés à la dynamique du véhicule et à son contrôle. L'application de la technologie 4WS aux véhicules lourds à une seule unité est relativement limitée [5]. Récemment, la référence [4] traite du développement théorique d'un contrôleur d'angle de direction du dernier essieu d'un véhicule lourd à trois essieux. La loi de contrôle d'angle adoptée dans cette investigation repose sur deux éléments : une réponse directe (feedforward) à l'angle imposée par le chauffeur et une réponse de retour (feedback) à la vitesse de rotation du mouvement de lacet (yaw rate). Par ailleurs, la réponse du contrôleur ainsi construit est comparée à la sortie d'un modèle mathématique d'un véhicule supposé de référence. Enfin, pour optimiser le contrôleur d'angle, il a fallu aussi contrôler l'angle fourni par le premier essieu.

Le véhicule 12 roues autorisé de circuler au Québec, composé d'un tandem à l'avant et d'un tandem à l'arrière, est difficile à optimiser au niveau des charges axiales (charge sur le tandem avant difficile à atteindre). En effet, pour tenter de maximiser la charge payante, les véhicules 12 roues sont caractérisés par de longs empattements qui limitent en général leur manœuvrabilité. Dans le but d'optimiser la charge payante d'un véhicule 12 roues et de réduire son empattement, le MTQ a mené une campagne d'essai [1] sur un véhicule préalablement sélectionné et dont l'essieu ajouté, à roues simples, peut être de type auto-vireur ou à direction forcée. L'angle de direction de ce dernier est contrôlé par un rapport supposé constant dont la valeur est déterminé par une géométrie à vitesse nulle (zero speed turning). Les résultats d'essai ont permis de mettre en évidence que l'essieu auto-vireur peut accentuer de façon significative le comportement sous-vireur du véhicule et compromettre sa manœuvrabilité. En présence de l'essieu à direction forcée, le véhicule pouvait développer un comportement sur-vireur et donc potentiellement instable. L'analyse des résultats [1] a démontré que le rapport d'angle entre le premier et le deuxième essieu n'est pas forcément adapté à la plage des vitesses de fonctionnement du véhicule. En effet, le rapport d'angle imposé de l'essieu testé est lié uniquement à des faibles vitesses. À hautes vitesses, le développement d'angle de glissement au niveau des pneus vient modifier la nature du rapport entre les essieux directionnels. Bien que la solution d'un essieu à direction forcée ai permis d'améliorer le comportement dynamique de véhicules légers, la solution pour des véhicules lourds nécessite de plus amples investigations théoriques et expérimentales. De nombreux paramètres influent sur la nature du rapport d'angle entre les deux essieux directionnels (rapport d'angle constant ou variable). Parmi ces paramètres, citons par exemple l'importance de l'empattement (long ou court), la rigidité latérale des pneus avant et arrière, la charge aux essieux, la position de centre de masse par rapport à celle du deuxième essieu directionnel, etc.

Enfin, dans le contexte du véhicule 12 roues, deux questions fondamentales doivent être posées :

- Où faut-il positionner l'essieu ajouté pour maximiser la charge payante et protéger le réseau routier ?
- Comment contrôler la direction de l'essieu ajouté en vue d'optimiser la manœuvrabilité du véhicule et limiter l'usure des pneus ?

3-) Objectifs

L'objectif principal de cette investigation est lié au développement d'un modèle mathématique associé à la manœuvrabilité d'un véhicule à quatre essieux dont un essieu (deuxième) est directionnel et dont l'angle de direction est commandé par le premier essieu selon un rapport constant ou variable.

Plus spécifiquement, les trois sous-objectifs suivants sont recherchés

- Identifier les principaux paramètres du véhicule (empattement, charge, position du centre de masse, rigidités latérales des pneus, etc.) qui influencent le choix du rapport d'angle entre les deux essieux directionnels.
- Analyser l'influence du rapport d'angle entre les essieux directionnels sur la manœuvrabilité du véhicule dans les régimes transitoires et permanents.
- Permettre au Service de la normalisation technique du MTQ de préciser ses orientations futures associées au dossier du véhicule 12 roues.

4-) Modèle mathématiques de différents configurations de véhicules

Deux types de modèles sont mis au point dans cette étude. Un premier modèle analytique linéaire (angles de glissement faibles) est construit à partir d'équations différentielles impliquant les deux degrés de liberté qui décrivent la dynamique directionnelle d'un véhicule. Ces deux degrés de liberté sont d'une part, la vitesse angulaire du véhicule autour de l'axe du lacet (yaw rate) et la vitesse latérale du centre de masse du véhicule. Le régime permanent est obtenu en annulant les dérivées des variables d'état. Ce modèle analytique permet d'obtenir des équations associées à l'empattement effectif, au coefficient de sous-virage, à l'angle de glissement du véhicule, etc.

Un second modèle linéaire est également construit. Celui-ci est bâti en ayant recours à la mécanique des multicorps. Ce modèle, de nature numérique, permet de simuler le comportement du véhicule, tant en régime permanent qu'en régime transitoire. Ce modèle est enrichi d'un modèle du conducteur permettant ainsi de simuler par exemple, dans cette étude, un changement

de voie. La vitesse longitudinale du véhicule constitue le troisième degré de liberté de ce modèle. La variation de la vitesse longitudinale permet de construire les diagrammes de manœuvre. Chacun des deux types de modèle repose sur le modèle classique de type '*bicycle model*' où seuls les mouvements du véhicule, dans les directions longitudinales, latérale et la rotation autour de l'axe vertical, sont retenus. Les mouvements en roulis et en tangage sont ignorés.

Le recours à la modélisation de trois configurations de véhicules (2 essieux, 3 essieux et 4 essieux) est nécessaire pour pouvoir comprendre l'impact, lié à la direction de plus d'un essieu, en termes de comportement dynamique du véhicule à quatre essieux sous analyse. En effet, la mise en équation du véhicule à deux essieux est bien connue par les dynamistes des véhicules. Elle sert dans cette étude de moyen de validation des modèles mathématiques associés aux véhicules à trois et quatre essieux. Par ailleurs, la notion d'empattement effectif, dans le cas d'un véhicule à deux essieux dont seul le premier essieu est directionnel, se confond avec l'empattement géométrique du véhicule. Le fait de diriger les roues arrière d'un véhicule à deux essieux permet d'analyser l'influence de cette réalité sur l'évolution de l'empattement effectif, du coefficient de sous-virage, etc. Une fois que les résultats provenant de ce modèle sont assimilés, il est pertinent de passer aux modèles à trois et quatre essieux afin de comparer les résultats obtenus à ceux du véhicule à deux essieux qui sert de véhicule de référence. Diverse questions seront soulevées telles que par exemple :

- Que devient l'empattement effectif en présence d'un essieu tandem ?
- Comment les rigidités latérales des roues vont-elles influencer la valeur de l'empattement effectif ?
- Comment l'empattement effectif varie-t-il en présence d'un second essieu directionnel ?

4-a) Véhicule à deux essieux.

Les équations régissant le véhicule à deux essieux et dont le modèle est schématisé par la figure 2, s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}m(\dot{v}_y + v_x r) &= F_{y1} \cos \delta_1 + F_{y2} \cos \delta_2 \\I_z \dot{r} &= a F_{y1} \cos \delta_1 - b F_{y2} \cos \delta_2 \\F_{y1} &= k_1 \alpha_1 \\F_{y2} &= k_2 \alpha_2 \\\delta_2 &= Sr \delta_1\end{aligned}$$

L'exploitation de ces équations permet d'analyser le mouvement du véhicule soumis à des efforts latéraux. Ce mouvement est caractérisé par l'évolution de la vitesse angulaire en lacet (yaw rate) en fonction du temps. La réponse du mouvement de lacet, pour un angle de l'essieu directeur δ_1 , donné, est fournie par l'équation ci-dessous:

$$\left(\frac{r}{\delta_1} \right) = \frac{v_x}{Lwbe + Ku v_x^2}$$

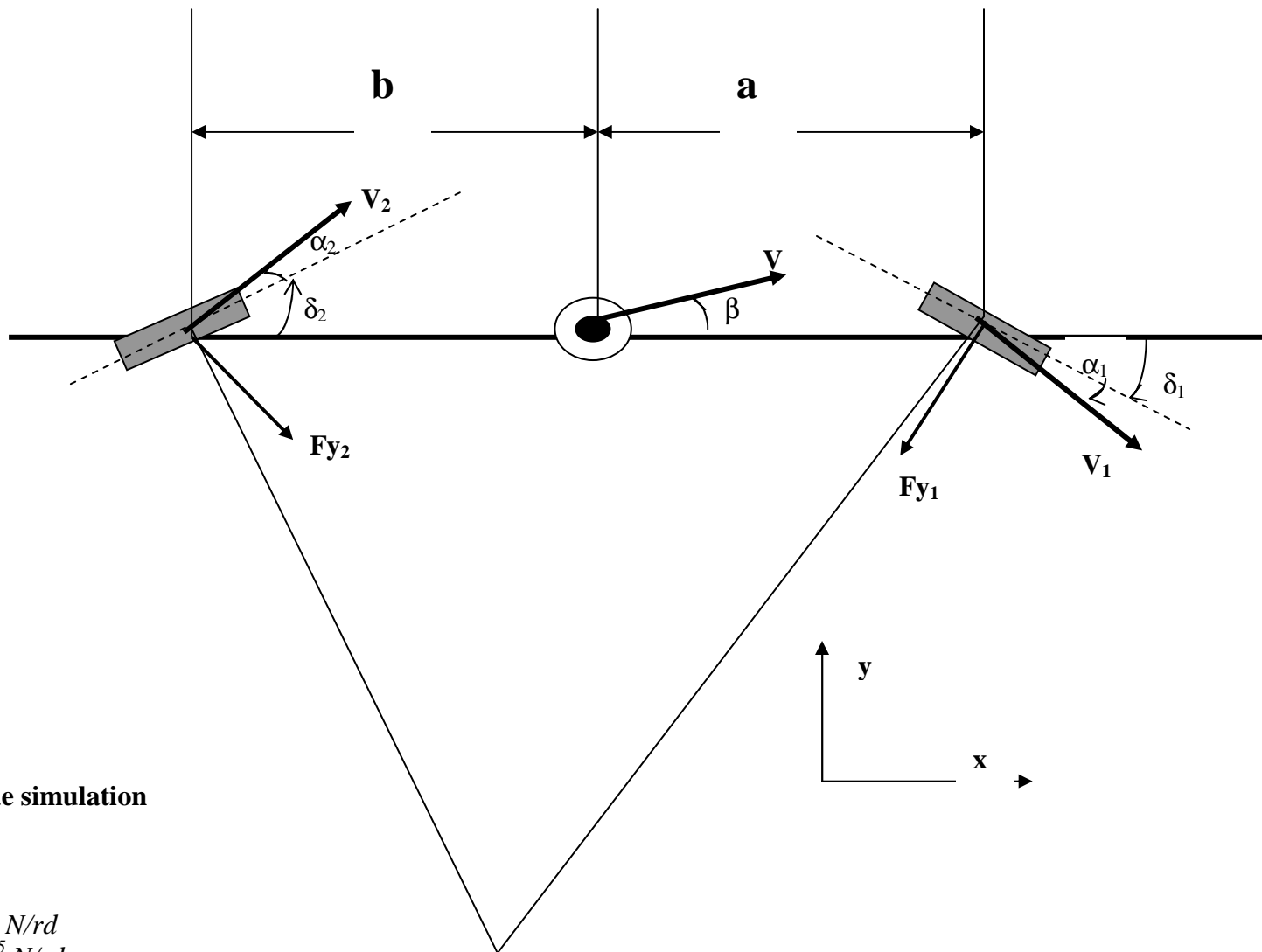
L'empattement effectif est donné par l'équation ci-dessous :

$$Lwbe = \frac{lwb}{1 - Sr}$$

On remarque que pour un rapport d'angle nul, l'empattement effectif est tout simplement égal à l'empattement géométrique. La figure 3 illustre l'évolution de l'empattement effectif en fonction du rapport d'angle. La figure 3 montre que la valeur de l'empattement effectif est fonction du signe et de la valeur du rapport d'angle. L'intersection entre la courbe de l'empattement effectif et l'empattement géométrique est obtenue pour un rapport d'angle nul. La figure 4 montre quant à elle l'évolution du coefficient de sous-virage en fonction du rapport d'angle. Cette évolution est donnée par l'équation ci-dessous :

$$Ku = \frac{m(b k_2 - a k_1)}{k_1 k_2 lwb(1 - Sr)}$$

L'allure de cette évolution est identique à celle enregistrée pour l'empattement effectif. Ainsi, dans le cas d'un véhicule et pour de faibles angles de glissement, la manœuvrabilité peut s'exprimer à l'aide de l'empattement effectif ou du coefficient de sous-virage. En effet, plus le rapport d'angle augmente, plus l'empattement effectif augmente ou dit autrement, plus le coefficient de sous-virage augmente.



Paramètres de simulation

$m = 16\ 000\ kg$

$a = 2.52\ m$

$b = 3.24\ m$

$k1 = 4.55 \times 10^5\ N/rd$

$k2 = 9.41 \times 10^5\ N/rd$

$m1 = 7\ 000\ kg$

$m2 = 9\ 000\ kg$

$lwb = 5.77\ m$

Figure 2 : Modèle général d'un véhicule à 2 essieux.

Notons par ailleurs que l'examen de l'équation associée au coefficient de sous-virage montre que son signe, pour un rapport d'angle inférieur à l'unité, est déterminé par le signe du numérateur, soit $bk_2 - ak_1$. En effet, si le signe de cette différence est positif, le véhicule est sous vireur. Par contre si le signe de cette différence est négatif, alors le véhicule est survireur et donc susceptible d'une instabilité. On remarque ici, en terme de manœuvrabilité, l'importance de la position du centre de masse du véhicule imposé par les dimensions a et b et les valeurs des rigidités latérales des pneus k_1 et k_2 .

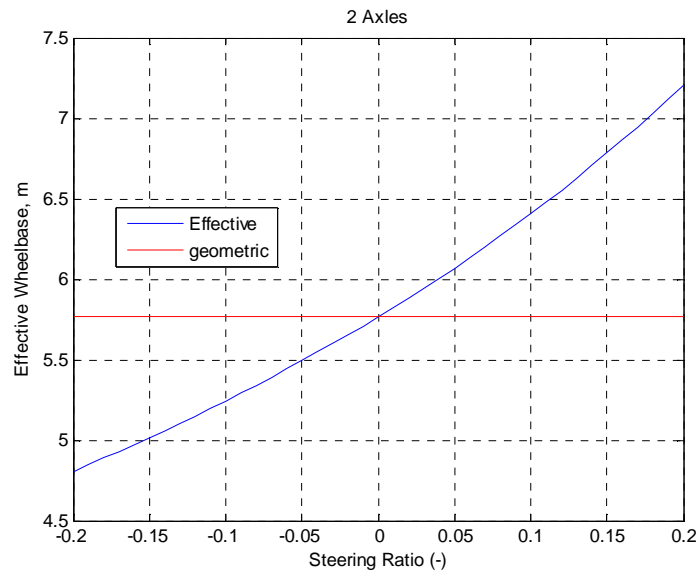


Figure 3 : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à deux essieux.

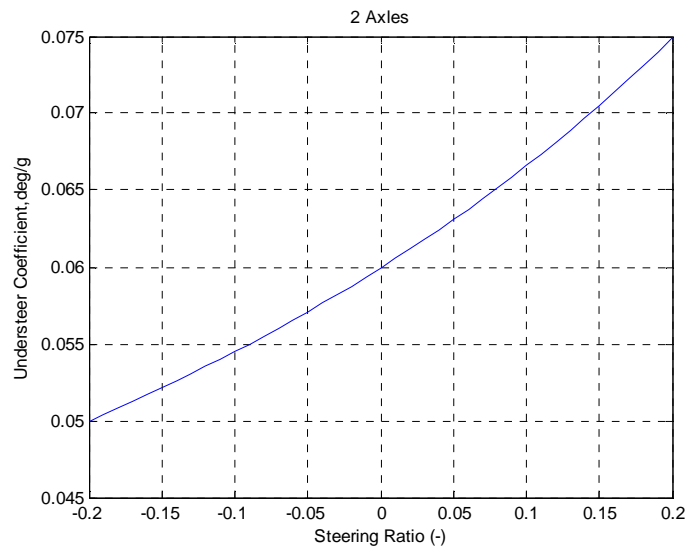


Figure 4 : Coefficient de sous-virage d'un véhicule à deux essieux en fonction du rapport d'angle.

La réponse dynamique d'un véhicule soumis à une excitation de type directionnel est caractérisée par deux degrés de liberté : une réponse angulaire en lacet et une accélération latérale. Or, ces deux réponses sont reliées par la relation suivante :

$$\ddot{y} = v_x (r + \dot{\beta})$$

Ainsi comme le montre cette équation, l'accélération latérale est composée de deux termes : un terme lié à la vitesse angulaire en lacet (yaw rate) représentant le mouvement en rotation et d'un second terme associé à l'angle de glissement β du véhicule qui traduit en fait le mouvement de translation latéral. Le temps de réponse de l'accélération latérale est plus long que celui associé au mouvement de lacet. Cette réalité s'explique par le fait que la constante de temps liée à l'angle du lacet décroît avec la vitesse du véhicule. En effet, comme le montre la figure 5, l'angle de glissement du véhicule (β) décroît avec l'augmentation de la vitesse et devient même négatif lorsque la vitesse atteint un certain seuil. En se basant sur cette observation, certaines études proposent comme algorithme de contrôle, pour des véhicules de type 4WS, de maintenir l'angle de glissement du véhicule proche de zéro. La figure 6 illustre l'évolution du rapport d'angle qui impose un angle de glissement du véhicule nul. La figure 6 montre que pour des vitesses inférieures à environ 66 km/h, les roues avant et arrières sont opposées. Au delà de cette vitesse le rapport d'angle change de signe et les roues avant et arrière tournent dans le même sens. Ainsi, lorsque les roues arrière sont aussi dirigées, le centre de rotation à vitesse nulle (zero speed center) se déplace selon le signe du rapport d'angle. Ce centre se déplace vers l'avant lorsque les roues arrières tournent en sens opposé par rapport à celles de l'avant ($Sr < 0$) et se meut vers l'arrière lorsque les roues avant et arrière tournent dans le même sens ($Sr > 0$).

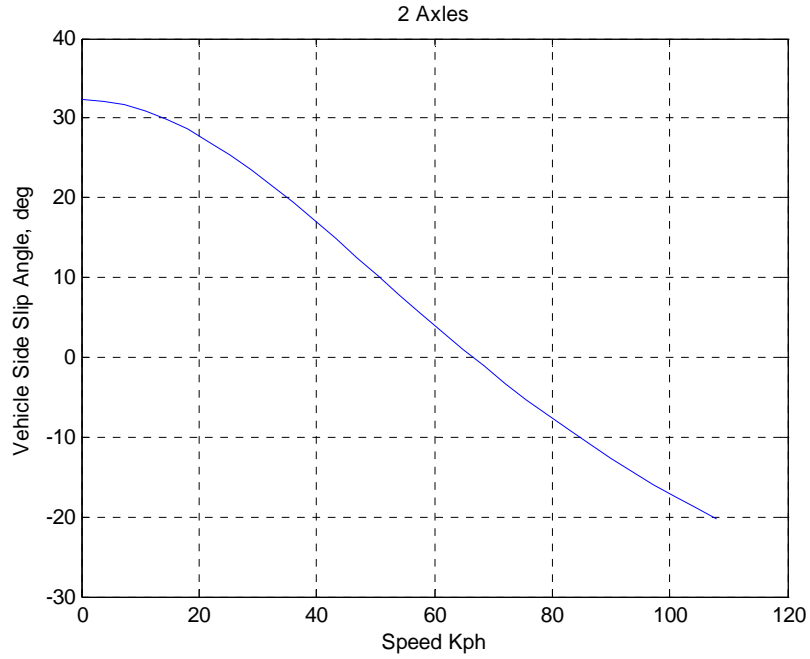


Figure 5 : Angle de glissement du véhicule à 2 essieux en fonction de la vitesse.

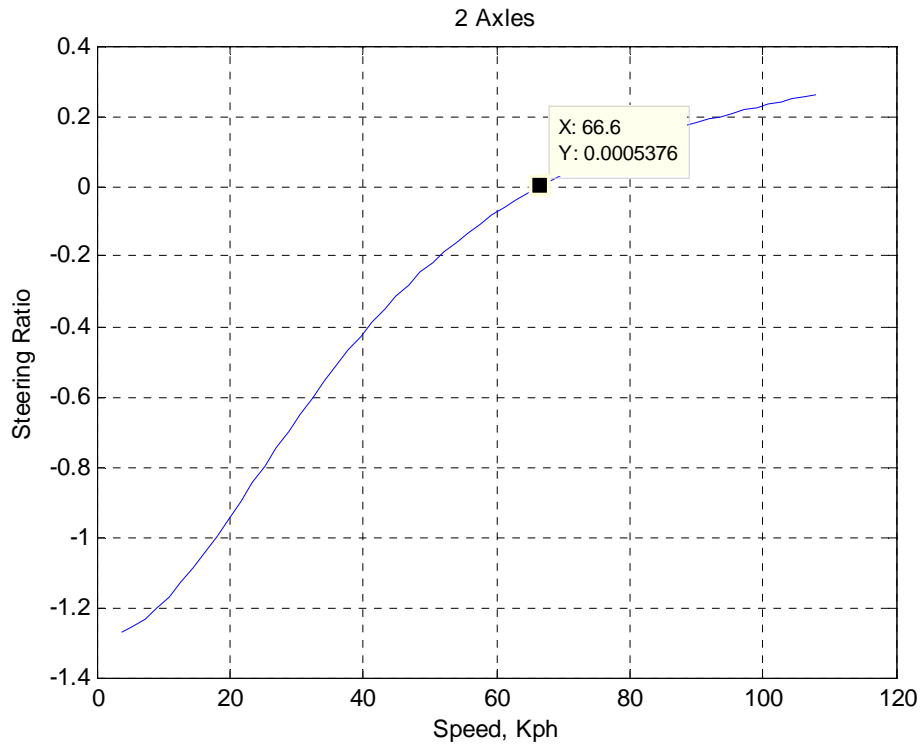


Figure 6 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 2 essieux.

La figure 7 montre l'évolution de la fréquence propre ou naturelle, associée au lacet, du véhicule à deux essieux. Cette quantité qui s'exprime en radians par seconde (rd/s) est liée au temps de réponse en lacet du véhicule. Elle caractérise donc les rigidités latérales et la répartition des masses entre l'avant et l'arrière du véhicule. Elle est aussi influencée par l'inertie du véhicule rapportée à l'axe vertical. Ainsi, si l'excitation directionnelle est exécutée à une fréquence proche de la fréquence propre en lacet, nous observons, durant la phase transitoire de la réponse, un phénomène d'amplification que l'on désigne comme étant un phénomène de résonance. Le concepteur du véhicule a donc tout intérêt à imposer une fréquence propre en lacet la plus élevée possible. Dans la réalité, la fréquence propre est modifiée par la présence d'effets amortisseurs du mouvement. La figure 8 montre dans le cas d'un véhicule à deux essieux l'évolution du coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse.

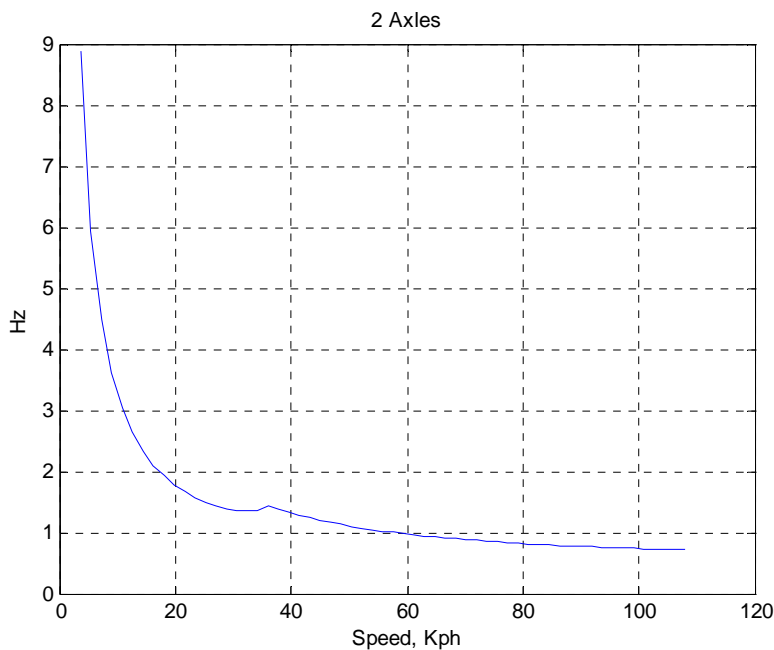


Figure 7 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse d'un véhicule à 2 essieux.

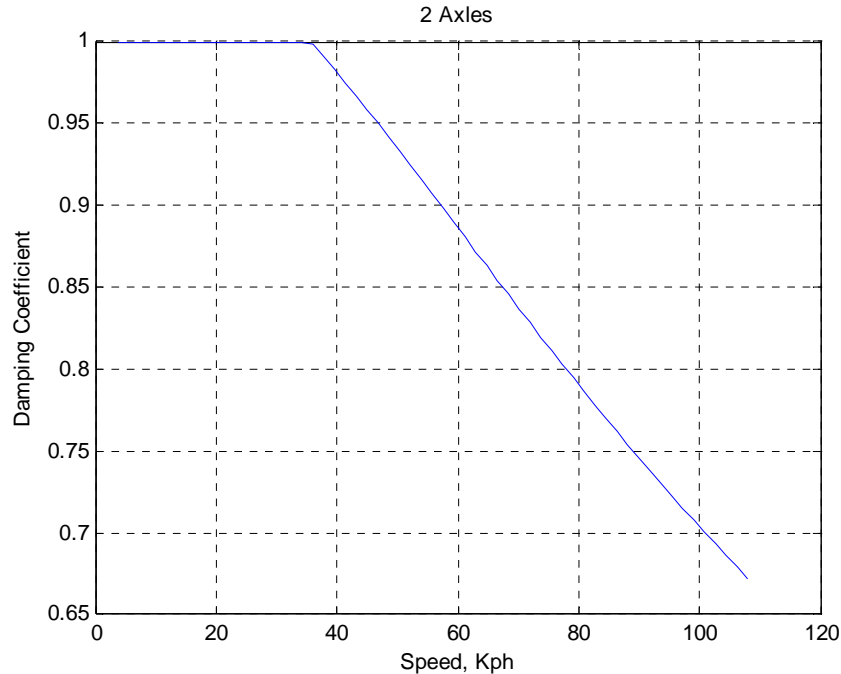


Figure 8: Coefficient d’amortissement en fonction de la vitesse d’un véhicule à 2 essieux.

La figure 9 montre le tracé typique de l’amplitude et de la phase de la réponse fréquentielle du mouvement de lacet d’un véhicule à deux essieux. L’abscisse représente la fréquence d’entrée en rd/s. Dans le domaine des véhicules, on se limite en général à une fréquence d’excitation maximale autour de 10 Hz, soit environ 63 rd/s. L’ordonnée du graphe montre le gain d’amplitude exprimé en dB (décibels). L’intérêt de ce graphe est lié à l’analyse des capacités du véhicule à répondre en lacet à différentes fréquences d’excitation. Sur la figure 9 sont reportées les réponses fréquentielles associées à trois rapports d’angle (-0.5, 0.0, 0.5). L’observation de ces réponses fréquentielles montrées à la figure 9 démontre que le rapport d’angle influe directement sur celle-ci. On remarque particulièrement que lorsque $Sr = 0.5$, le déphasage est important et se situe proche de 360 degrés. En termes de performances directionnelles, il est recherché une réponse caractérisée par un gain constant sur une longue plage fréquentielle. Par ailleurs, afin d’assurer une réponse rapide du véhicule, il est primordial de maintenir une différence de phase la plus faible possible.

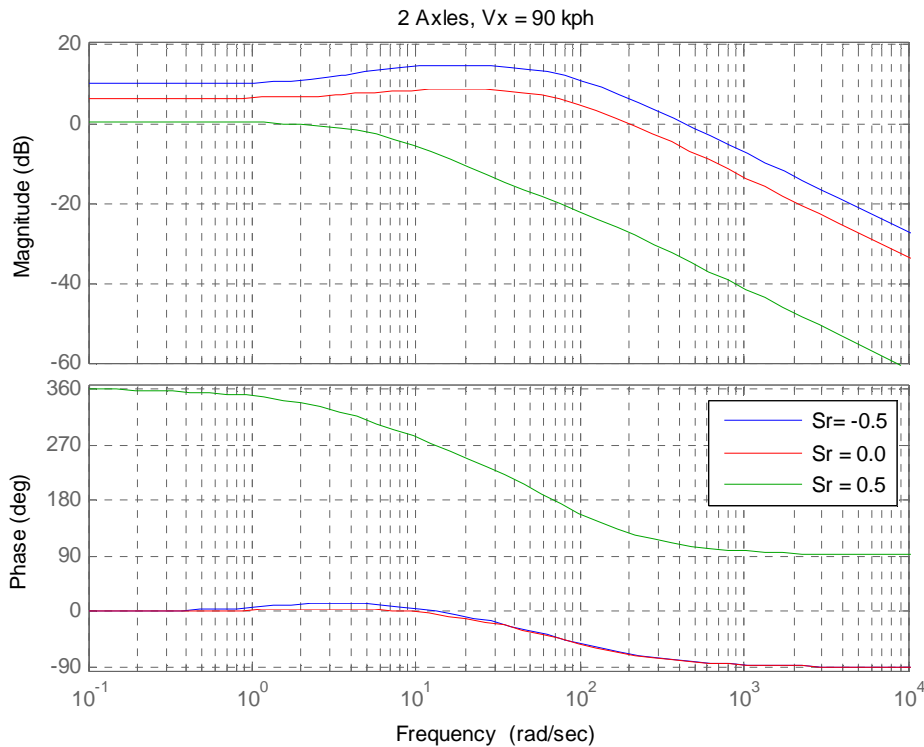


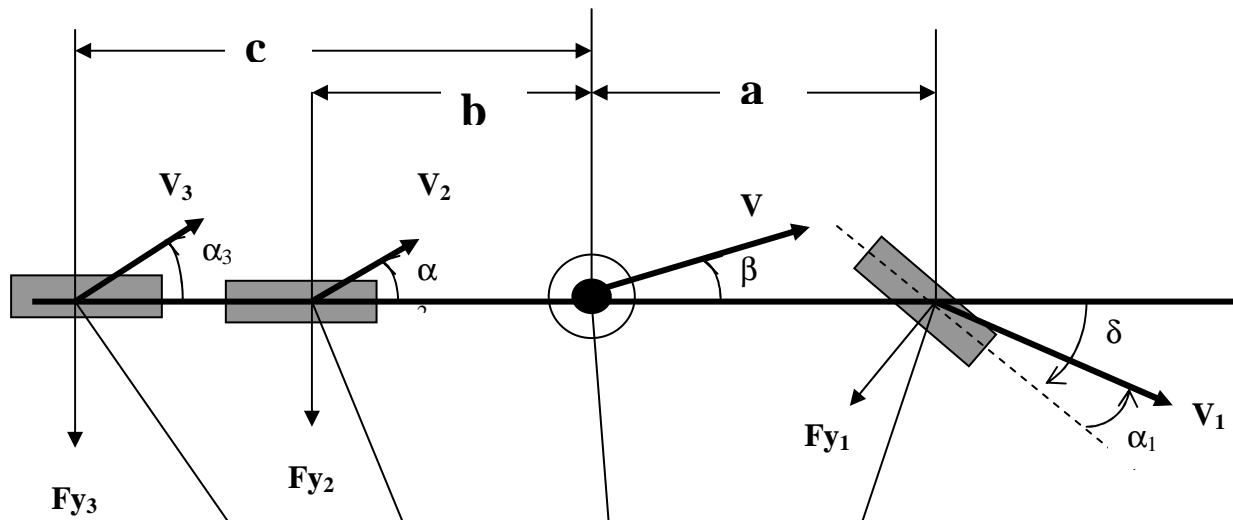
Figure 9 : Amplitude et phase du mouvement de lacet du véhicule à 3 essieux.

4-b) Véhicule à trois essieux

La figure 10 montre le schéma du modèle ‘bicycle’ du véhicule à trois essieux. La figure 11 montre l’évolution de l’empattement effectif en fonction du rapport d’angle. Contrairement au véhicule à deux essieux où l’empattement géométrique coïncide avec l’empattement effectif pour un rapport d’angle nul, le véhicule à trois essieux démontre, dans ce cas, un empattement effectif de 6.0764 m au lieu de 5.7658 m comme empattement géométrique, soit une augmentation de 5.3% environ. Ce résultat est lié à la géométrie du véhicule composé d’un essieu directionnel à l’avant, de la présence d’un essieu tandem à l’arrière et aussi des valeurs des rigidités latérales des roues du véhicule. Il importe de noter que dans le cas du véhicule à deux essieux, les rigidités latérales des roues n’influençaient pas la valeur de l’empattement effectif

($L_{wbe} = \frac{lwb}{1 - Sr}$). La figure 12 illustre l’évolution du coefficient de sous-virage en fonction du rapport d’angle. Cette évolution est semblable à celle de l’empattement effectif. Cette réalité a

été déjà observée dans le cas du véhicule à deux essieux où le coefficient de sous-virage et l’empattement effectif augmentent avec le rapport d’angle.



Paramètres de simulation

$m = 25\ 000\ \text{kg}$

$a = 4.15\ \text{m}$

$b = 0.96\ \text{m}$

$c = 2.26\ \text{m}$

$k1 = 4.55 \times 10^5\ \text{N/rd}$

$k2 = 9.41 \times 10^5\ \text{N/rd}$

$k3 = 9.41 \times 10^5\ \text{N/rd}$

$m1 = 7\ 000\ \text{kg}$

$m2 = m3 = 9\ 000\ \text{kg}$

$lwb = 5.77\ \text{m}$

Figure 10 : Modèle général du véhicule à trois essieux

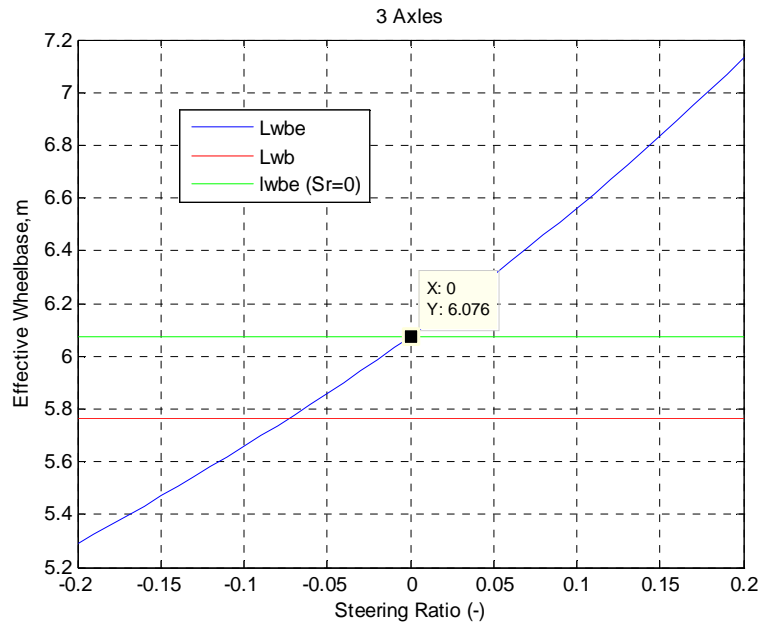


Figure 11 : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 3 essieux.

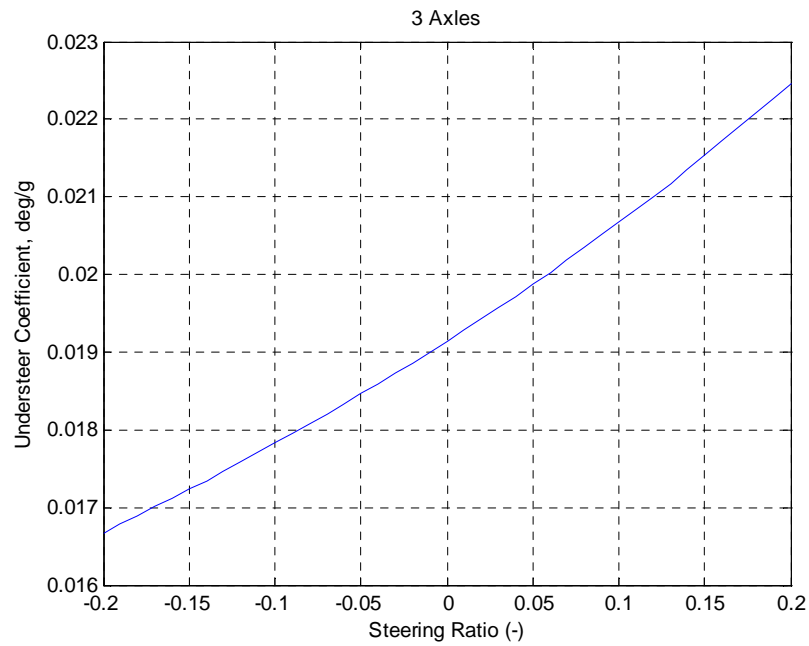


Figure 12 : Coefficient de sous-virage en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 3 essieux.

La figure 13 enregistre, sous la condition d'un angle de glissement du véhicule nul, l'évolution du rapport d'angle, entre le premier et dernier (troisième essieu) essieux, en fonction de la vitesse. Cette évolution a la même allure que celle observée dans le cas du véhicule à deux essieux. La différence réside, dans les cas du véhicule à trois essieux, dans une plage plus réduite de la variation du rapport d'angle. Par ailleurs, le rapport d'angle, dans le cas du véhicule à trois essieux, s'annule à une vitesse de l'ordre de 43 Km/h au lieu de 67 Km/h dans le cas de celui du véhicule à deux essieux. Bien que ces deux véhicules aient le même empattement géométrique, leur empattement effectif évolue différemment en fonction du rapport d'angle.

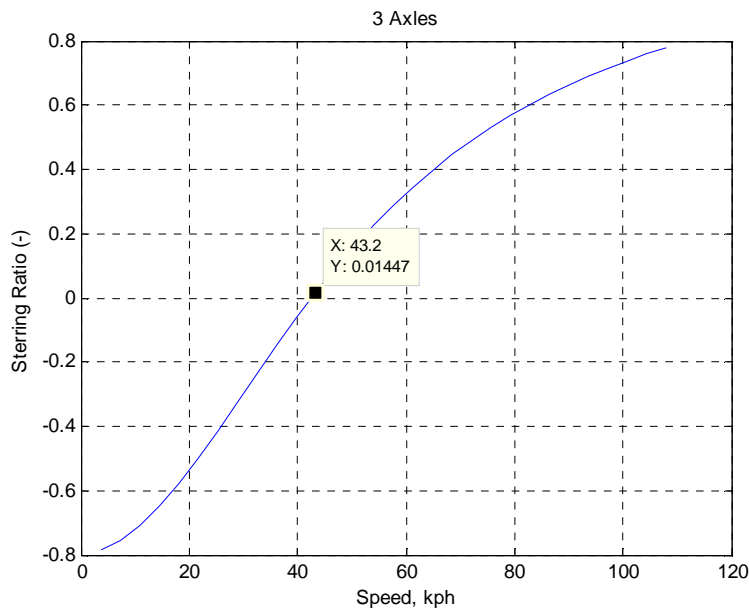


Figure 13 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 3 essieux.

Les figures 14 et 15 expriment respectivement la fréquence propre du lacet et le coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse. Les allures de chacune des courbes sont similaires à celles observées dans le cas du modèle de véhicule à deux essieux.

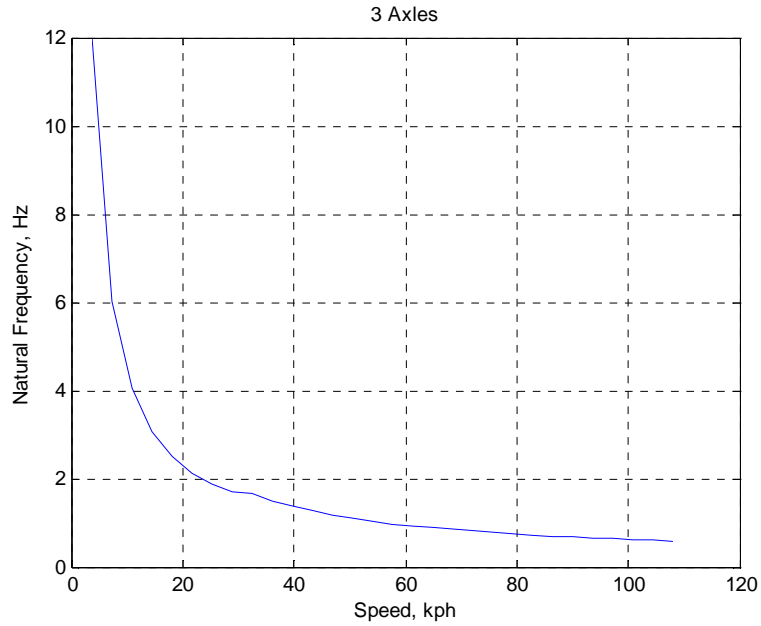


Figure 14 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse d'un véhicule à 2 essieux.

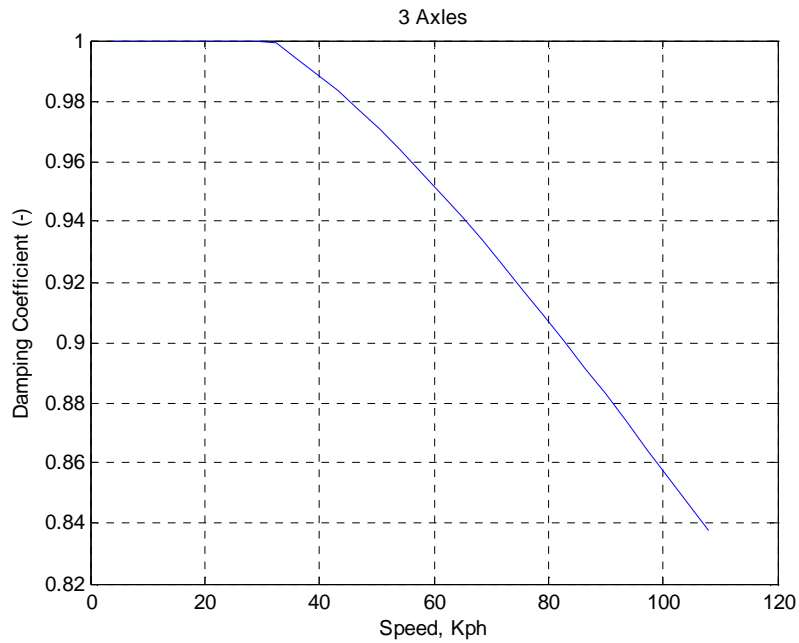


Figure 15 : Coefficient d'amortissement en fonction de la vitesse d'un véhicule à 3 essieux

La figure 16 représente les réponses fréquentielles du modèle du véhicule à trois essieux. Ces réponses sont caractérisées par des comportements différents de ceux observés dans le cas typique d'un véhicule à deux essieux. On remarque encore une fois, que la réponse fréquentielle

est intimement liée à la valeur du rapport d'angle. De plus, l'évolution de cette réponse est aussi associée à la plage de fréquence analysée. La plage de fréquence située entre 0 et 10 Hz (0, 63 rd/s) est la plus susceptible d'intéresser le concepteur de véhicule. Or selon l'exemple simulé et montré par la figure 16, cette plage de fréquence est plutôt caractérisée, lorsque le dernier essieu est directionnel, par une variation tant au niveau de l'amplitude que de la phase.

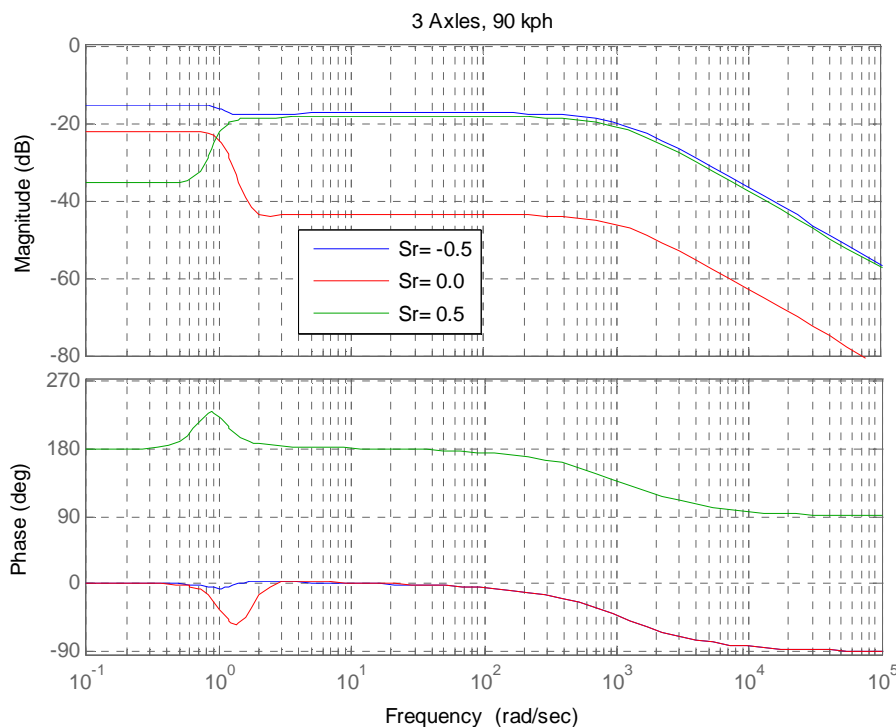


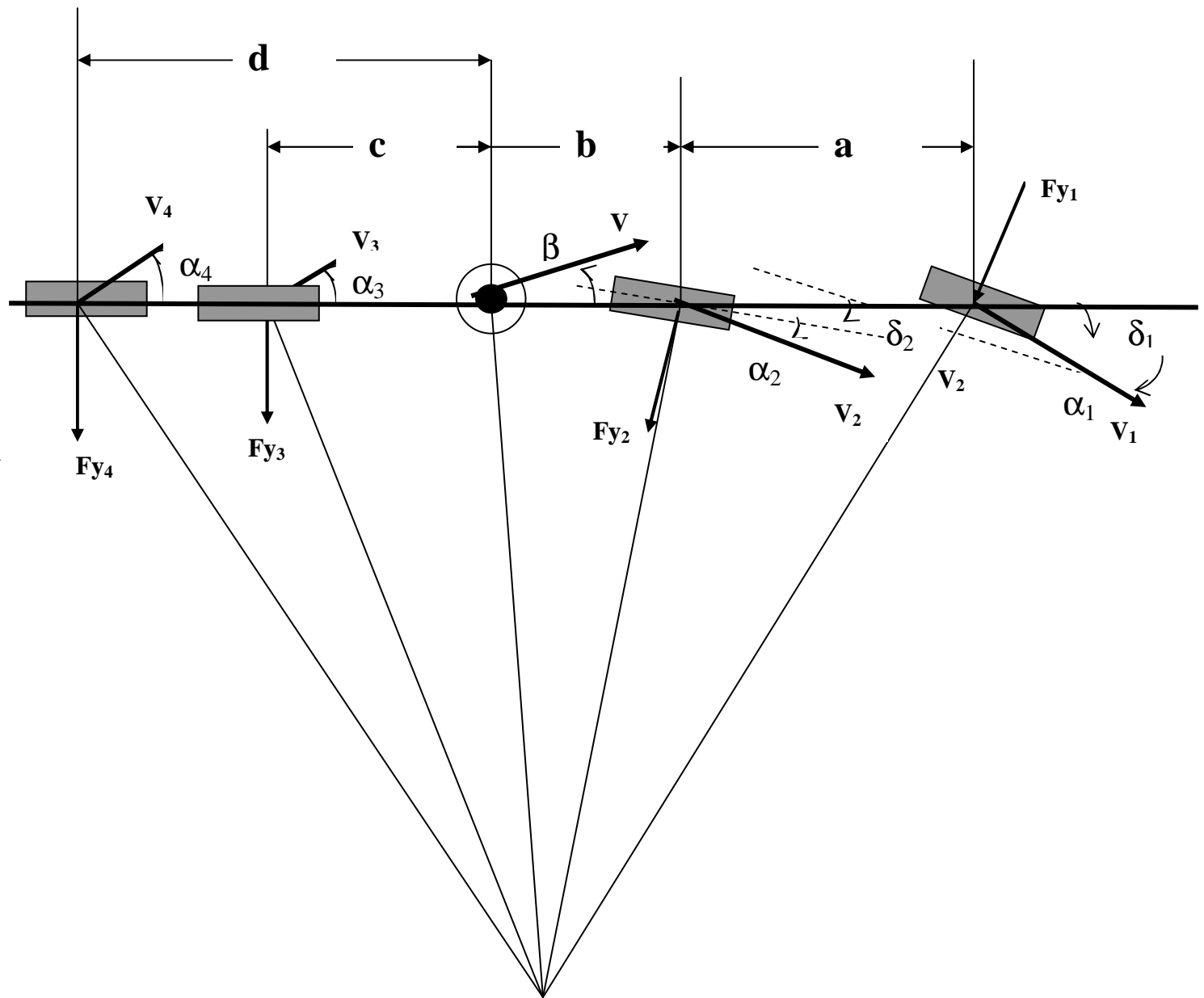
Figure 16 : Amplitude et phase du mouvement de lacet d'un véhicule à 3 essieux.

4-c) Véhicule à quatre essieux

La figure 17 montre le modèle 'bicycle' du véhicule à quatre essieux. La figure 18-a illustre l'évolution de l'empattement effectif en fonction du rapport d'angle. Cet empattement diminue lorsque le rapport d'angle augmente. Ce comportement est d'ailleurs opposé à ceux observés dans le cas des véhicules à deux et trois essieux. En effet, pour les véhicules à deux et trois essieux, le second essieu directionnel est localisé derrière le centre de masse et son influence est donc similaire pour chacun des deux véhicules. Par contre, pour le véhicule à quatre essieux, le

second essieu directionnel est situé en amont et proche du centre de masse. Notons par ailleurs, dans un souci de comparaison, que pour un rapport d'angle nul, l'empattement effectif passe de 6.076 m pour le véhicule à trois essieux à 6.702 m dans le cas du véhicule à quatre essieux. La figure 18-b ($\delta_4 = Sr \delta_1$) montre l'empattement effectif alors que le dernier essieu est directionnel. On observe dans ce cas que l'évolution de l'empattement est semblable à celles notées dans le cas des véhicules à deux ou trois essieux. L'empattement à rapport d'angle nul est identique à celui obtenu dans le cas précédent (essieu 2 directionnel). La figure 19 exprime la même information véhiculée que l'empattement effectif mais traduit, dans ce cas, en fonction du coefficient de sous-virage.

Ainsi, comme nous allons l'observer dans les figures qui suivent, le véhicule à quatre essieux, dont le second essieu est directionnel, démontre un comportement spécifique et peu comparable aux modèles des véhicules précédents.



Paramètres de simulation

$m = 31\,000\text{ kg}$
 $a = 3.98\text{ m}$
 $b = 0.70\text{ m}$
 $c = 1.13\text{ m}$
 $d = 2.43\text{ m}$
 $k1 = 4.55 \times 10^5\text{ N/rd}$
 $k2 = 3.90 \times 10^5\text{ N/rd}$
 $k3 = 9.41 \times 10^5\text{ N/rd}$
 $k4 = 9.41 \times 10^5\text{ N/rd}$
 $m1 = 7\,000\text{ kg}$
 $m2 = 6\,000\text{ kg}$
 $m3 = m4 = 9\,000\text{ kg.}$
 $lwb = 5.77\text{ m}$

Figure 17 : Modèle général du véhicule à quatre essieux

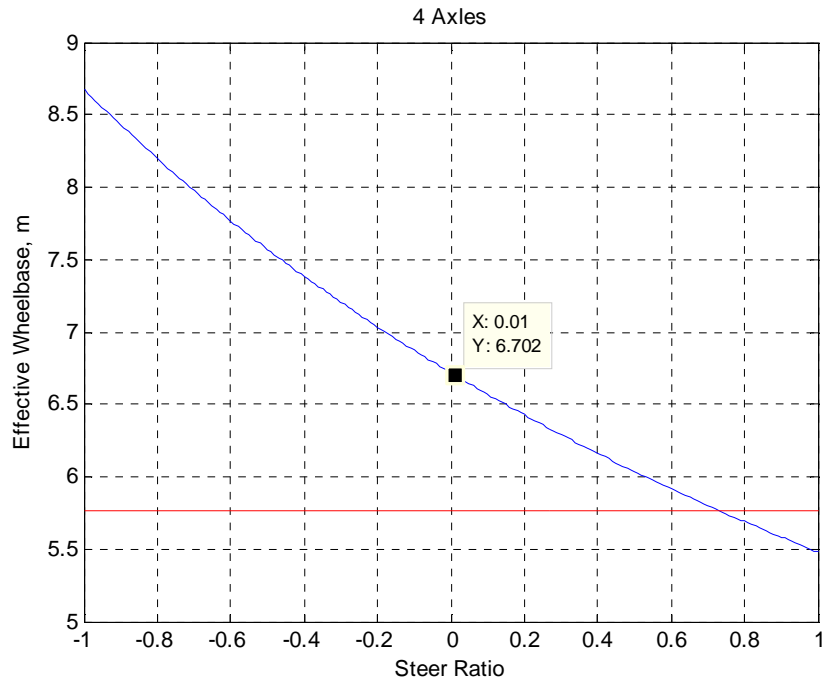


Figure 18-a : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à 4 essieux (essieu 2 directionnel)

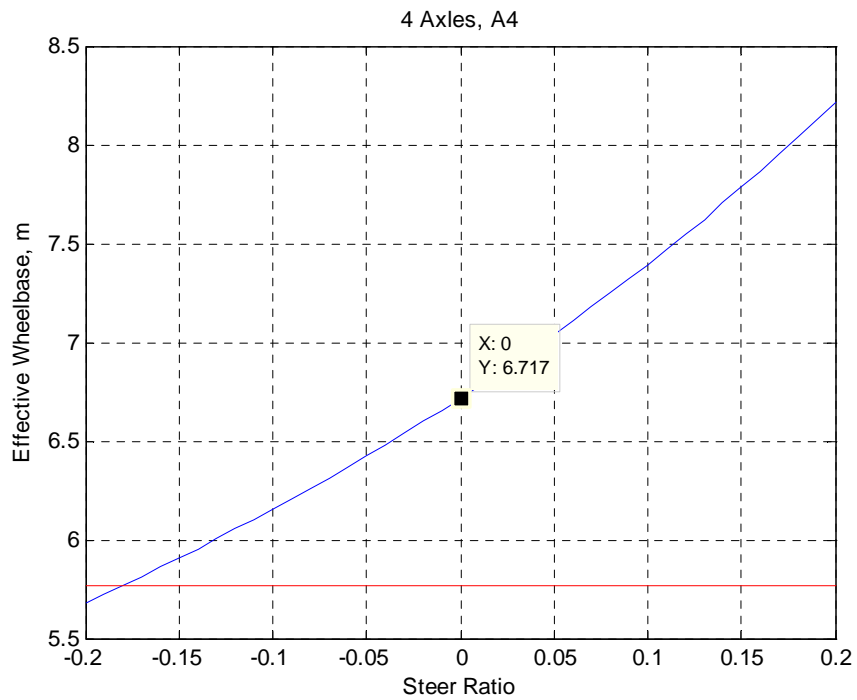


Figure 18-b : Empattement effectif en fonction du rapport d'angle du véhicule à 4 essieux. (essieu 4 directionnel).

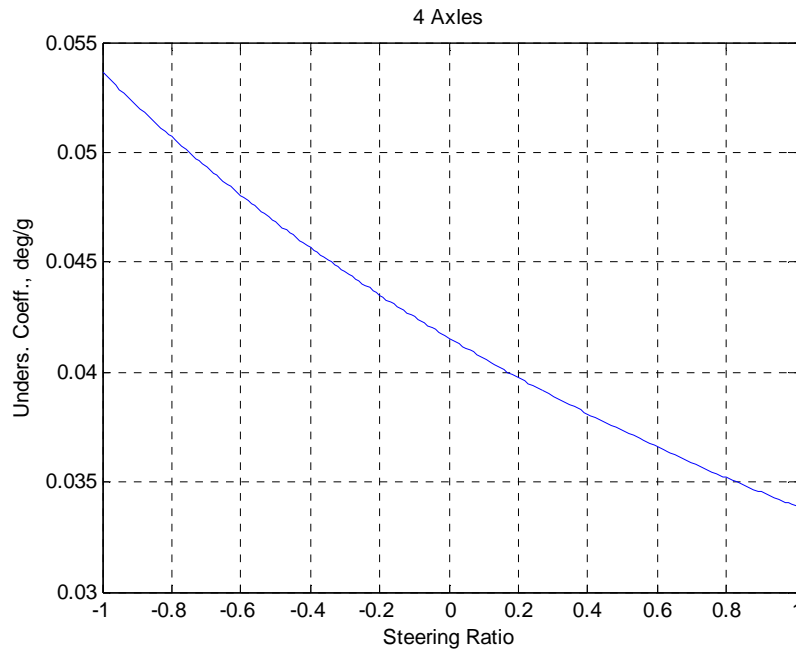


Figure 19 : Coefficient de sous-virage en fonction du rapport d'angle d'un véhicule à 4 essieux.

Les figures 20 et 21 reportent l'évolution du rapport d'angle entre le premier et le second essieu nécessaire pour annuler l'angle de glissement du véhicule. La figure 21 représente seulement un agrandissement de celle de la figure 20. Il est évident que ce rapport ne peut être réalisé pratiquement et démontre simplement qu'il est irréaliste, dans le but d'optimiser la manœuvrabilité du véhicule, de vouloir imposer à hautes vitesses une relation de proportionnalité entre les angles du premier essieu à celles du second. L'explication réside dans la position du second essieu relativement proche du centre de masse et dont l'influence dans l'équilibre du mouvement en lacet est négligeable. Pour confirmer cette réalité, le modèle du véhicule a été modifié en imposant une relation directionnelle entre les deux essieux extrêmes du véhicule ($\delta_4 = Sr \delta_1$). La figure 22 montre le rapport d'angle entre le quatrième essieu et le premier essieu. La courbe décrivant ce rapport est tout à fait comparable à celles enregistrées pour les modèles de véhicules à deux et trois essieux. Ce résultat est tout à fait prévisible et très proche d'ailleurs à celui obtenu dans le cas du véhicule à trois essieux. En effet, comme nous l'avons décrit précédemment, l'effet du second essieu dans le plan du lacet est négligeable, alors que le contrôle du dernier essieu pour chacun des véhicules à trois et quatre essieux implique

nécessairement, pour une même plage de vitesse, un rapport d'angle, minimisant l'angle de glissement du véhicule, sensiblement identique.

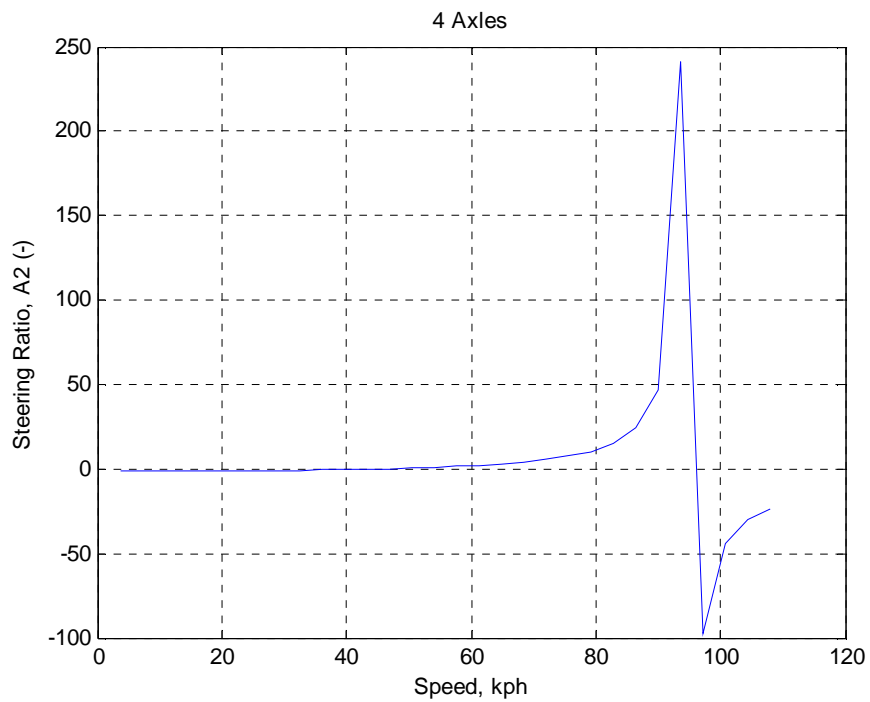


Figure 20 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux. Deuxième essieu directionnel

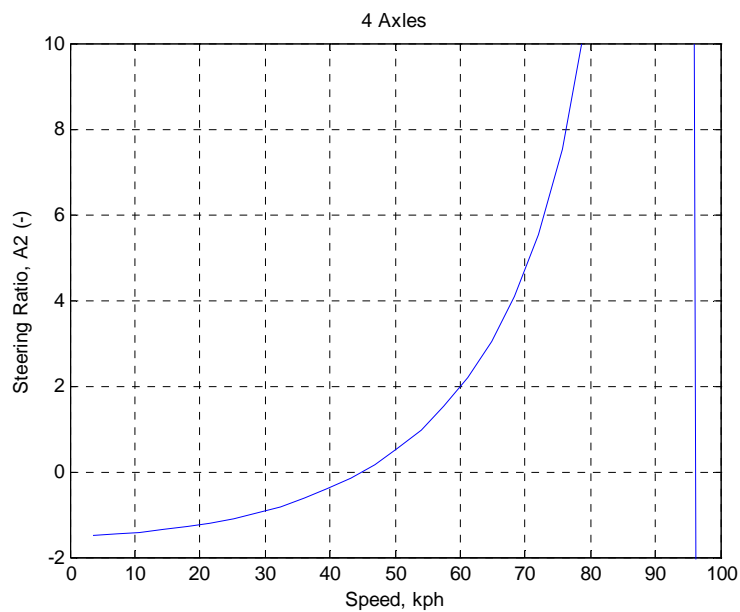


Figure 21 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux. (agrandi)

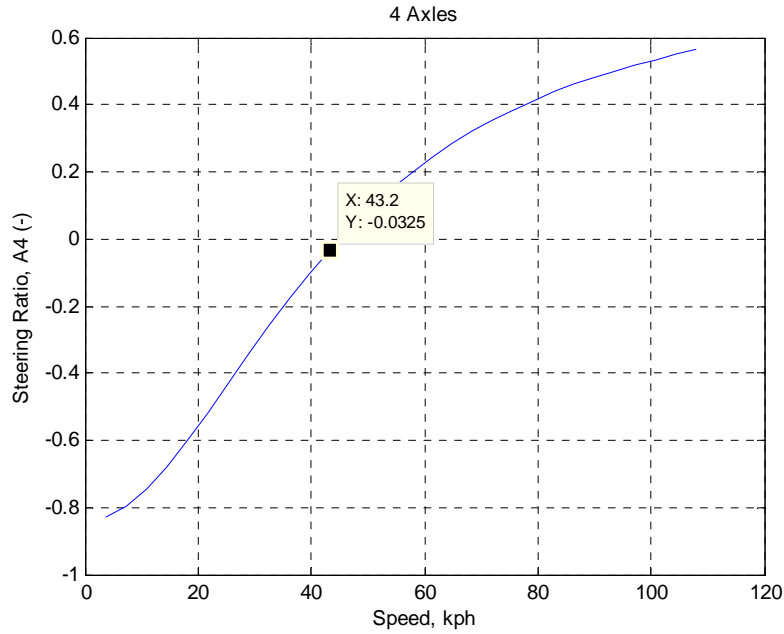


Figure 22 : Rapport d'angle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux (quatrième essieu directionnel).

Les figures 23 et 24 reportent respectivement la fréquence propre et le coefficient d'amortissement. Ces deux courbes présentent des tendances similaires à celles obtenues pour les modèles à deux et trois essieux.

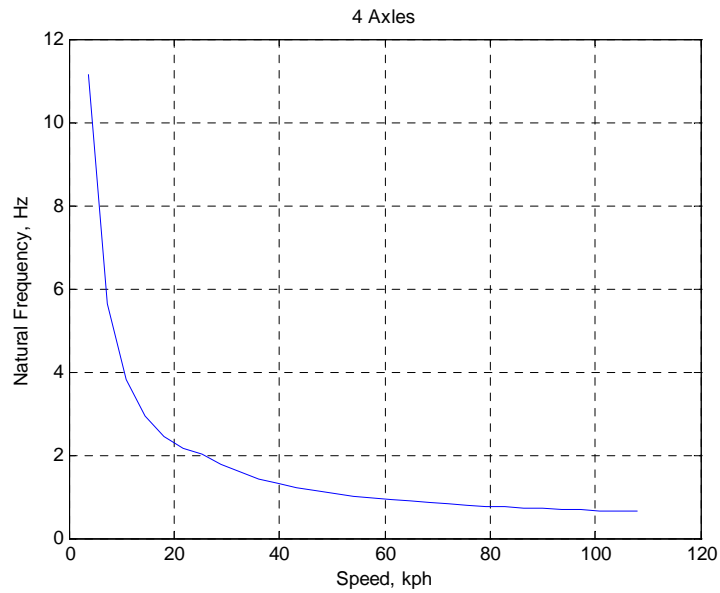


Figure 23 : Fréquence naturelle en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux.

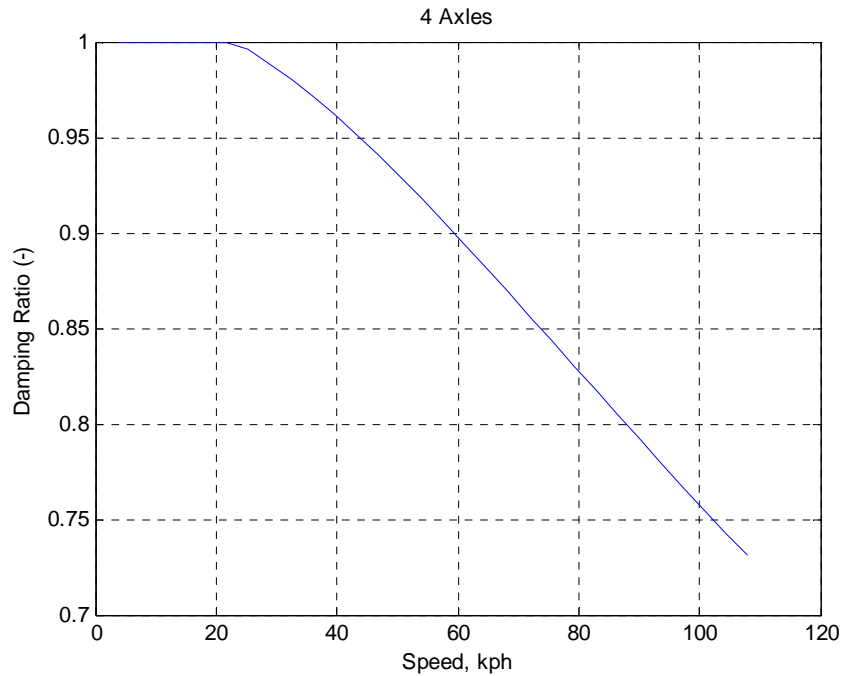


Figure 24 : Coefficient d’amortissement en fonction de la vitesse du véhicule à 4 essieux

La figure 25 montre les réponses fréquentielles du véhicule à quatre essieux et ce pour trois rapport d’angle différents entre le premier et le second essieu. L’analyse de ces réponse permet d’observer que les réponses à basses fréquences donc les fréquences probables d’utilisation sont caractérisées par un déphase important de 360 degrés. Ce résultat diffère de celui observé dans le cas du véhicule à trois essieux. Cet important déphasage implique des conditions de manœuvrabilité plus défavorables.

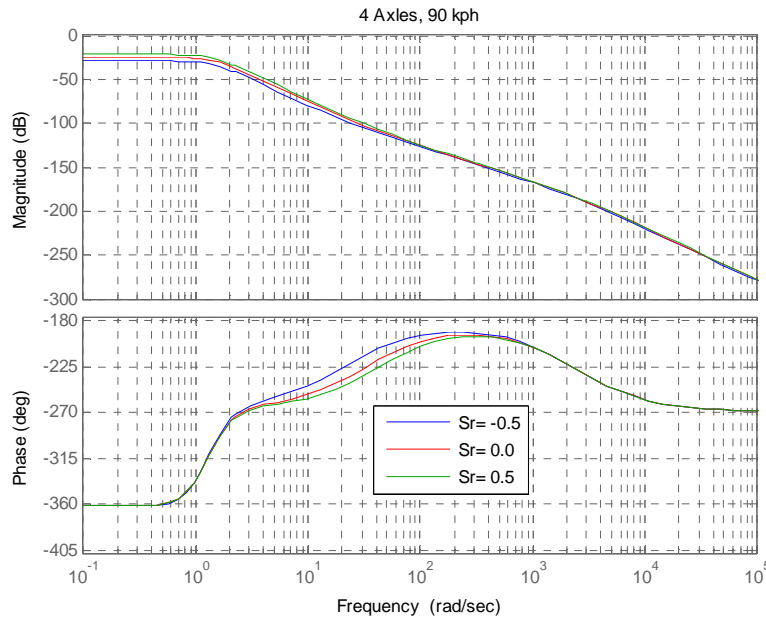


Figure 25: Amplitude et phase du mouvement de lacet du véhicule à 4 essieux.

5-) Simulations dynamiques du véhicule à quatre essieux :

Un modèle du véhicule à quatre essieux est mis en œuvre grâce à la mécanique des multicorps auquel est joint un modèle du chauffeur permettant d'imposer au véhicule une trajectoire donnée. Différentes simulations sont réalisées en vue d'analyser l'influence du second essieu directionnel sur la manœuvrabilité du véhicule dont les caractéristiques sont reportées à la figure 1.

5-a) Simulations sur un cercle à rayon et vitesse constants : évolution des angles de glissement

Les figures ci-dessous regroupent les résultats de l'angle de glissement moyen efficace rms (Root Mean Square) pour différents rayons constants. Chaque simulation consiste à imposer, via le contrôleur de trajectoire, un rayon constant exécuté à une vitesse constante. Durant chaque simulation le rapport d'angle S_r entre le premier essieu et le second essieu varie entre 0 et 1 avec un pas de 0.1. L'observation de ces résultats montre que lorsque le rayon est exécuté à faibles vitesses, l'angle de glissement moyen atteint son minimum pour un rapport voisin de 0.44. Ce rapport correspond bien au rapport d'angle d'Ackerman classique obtenu en supposant que le

centre de rotation à vitesse nulle est situé au milieu du tandem. Par contre lorsque la vitesse du véhicule augmente tout en gardant le même rayon, aucun rapport n'est observé susceptible de limiter les angles de glissement. Il apparaît donc qu'à faibles vitesses, le rapport d'angle coïncide avec celui du rapport d'Ackerman et permet ainsi de minimiser les angles de glissement. Par contre à hautes vitesses, la valeur du rapport d'angle ne permet pas d'atteindre cet objectif.

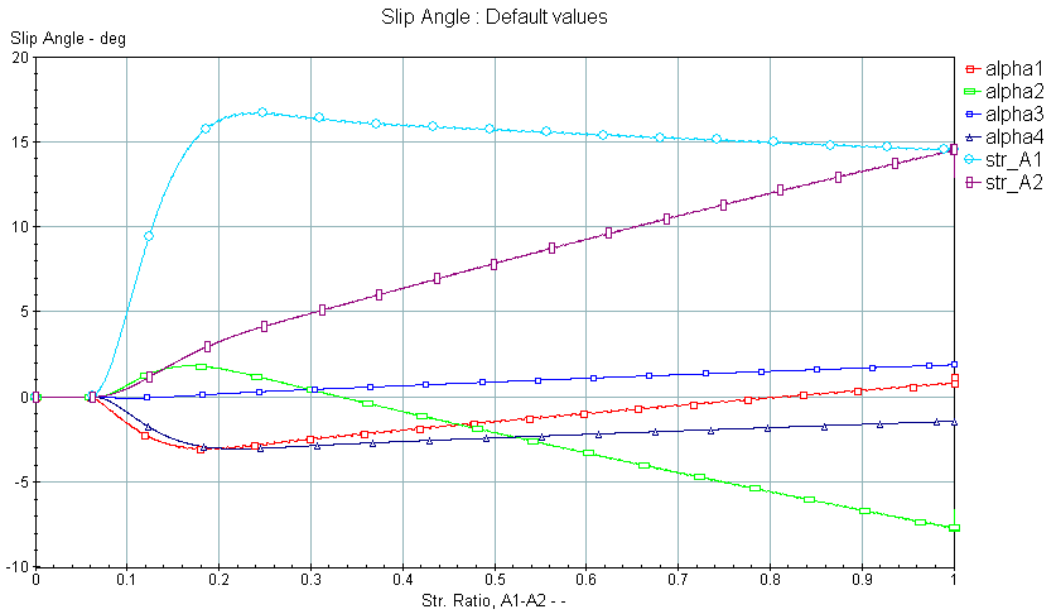


Figure 26-a : Angles de glissement pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 20 kph.

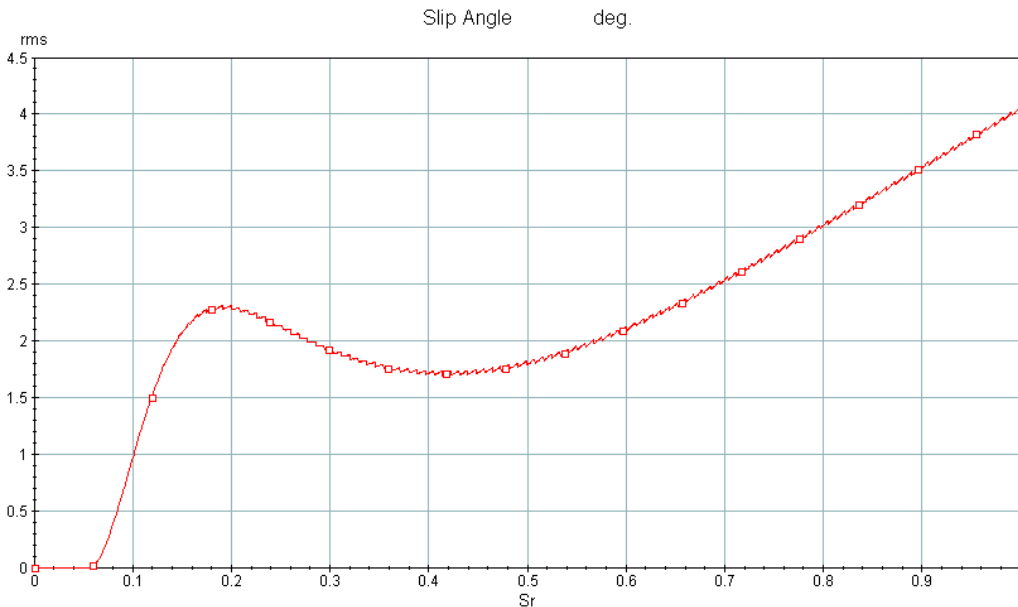


Figure 26-b Angle de glissement rms pour un rayon de 20 m et à une vitesse de 20 kph..

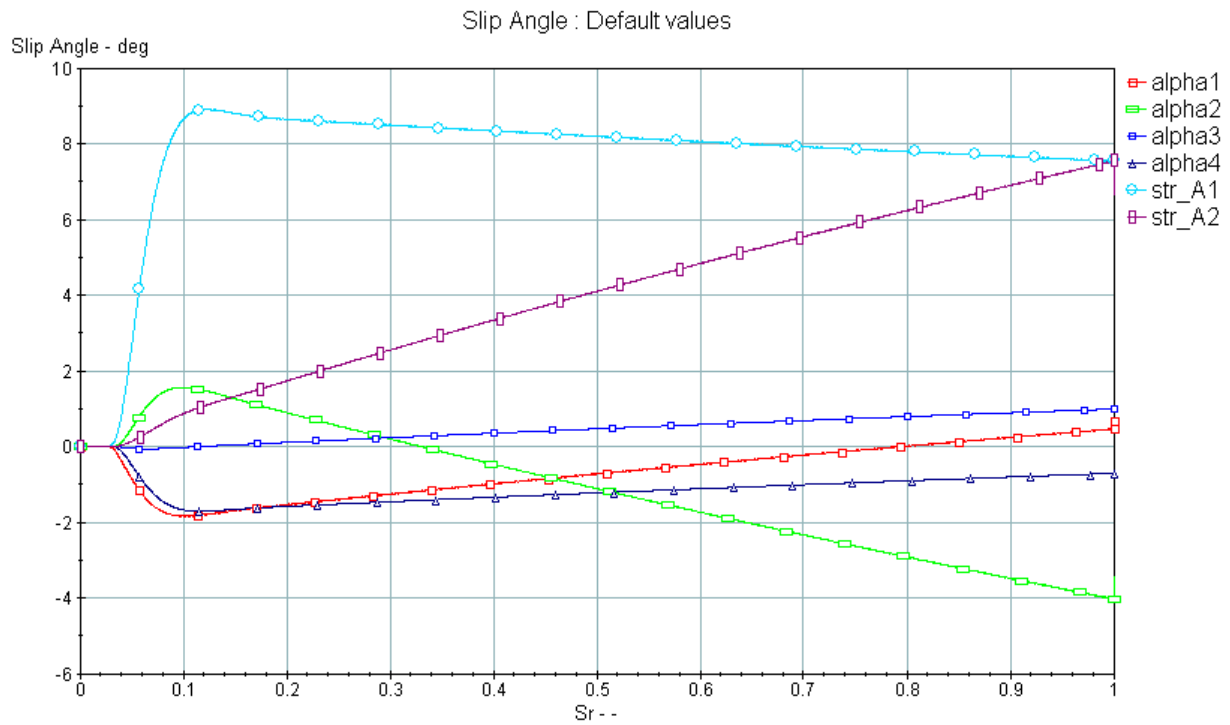


Figure 28-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 20 kph.

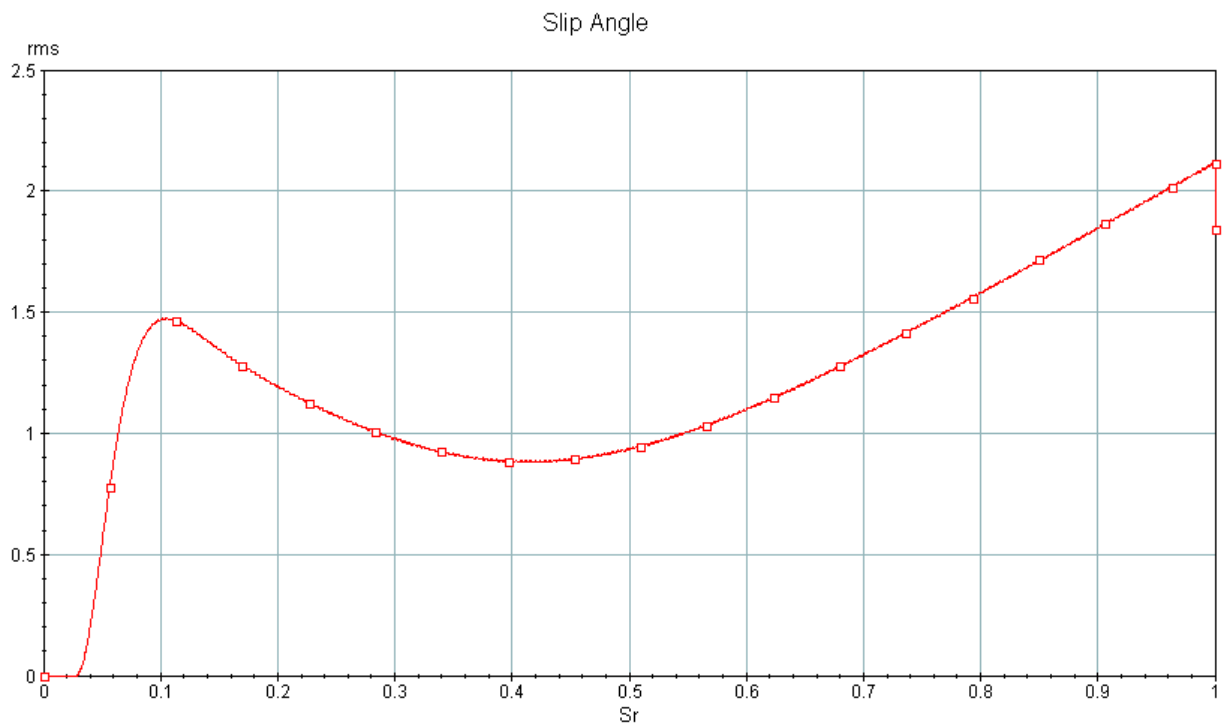


Figure 28-b Angle de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 20 kph.

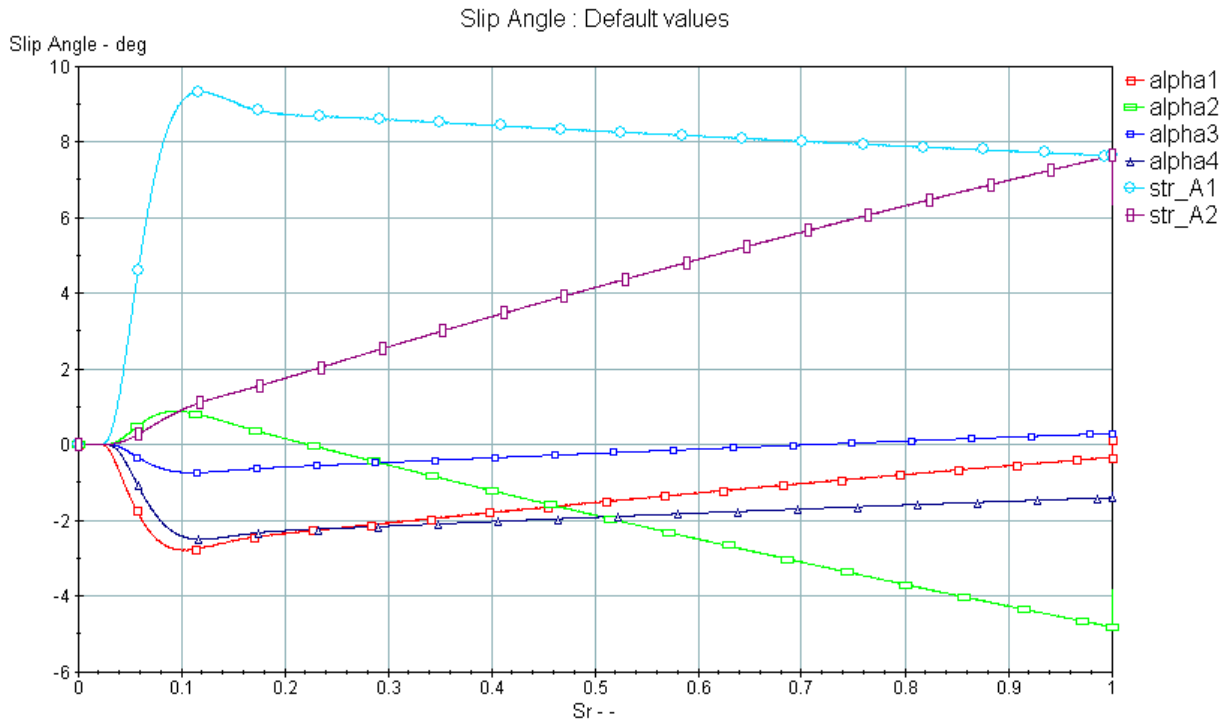


Figure 29-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 30 kph.

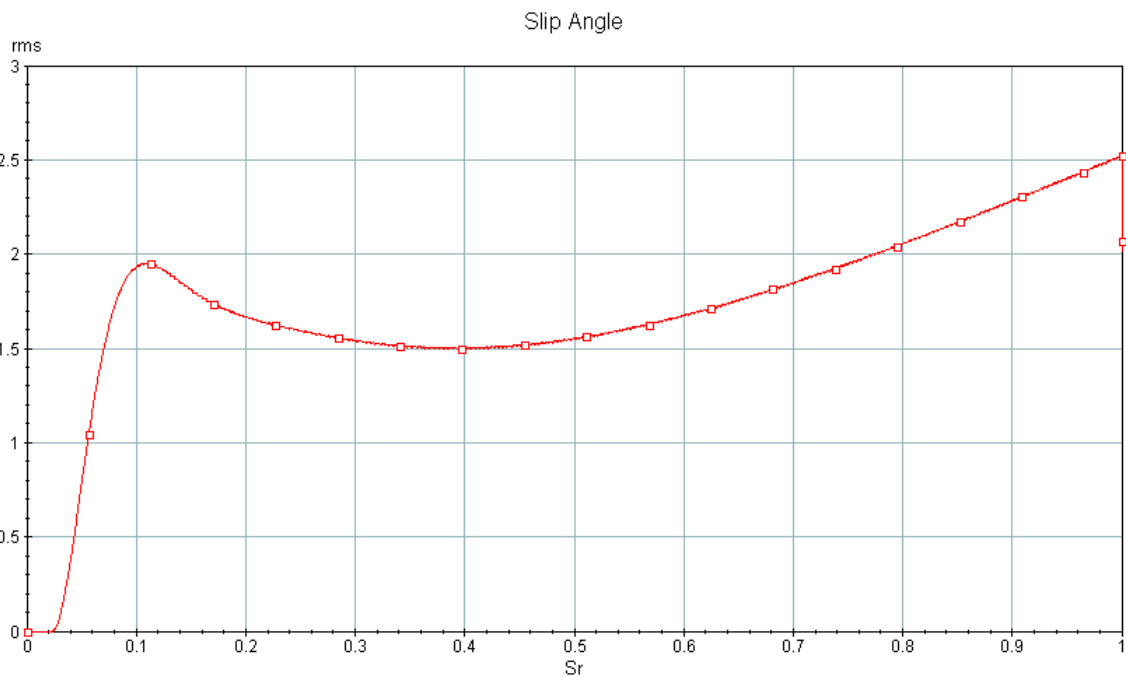


Figure 29-b Angle de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 30 kph.

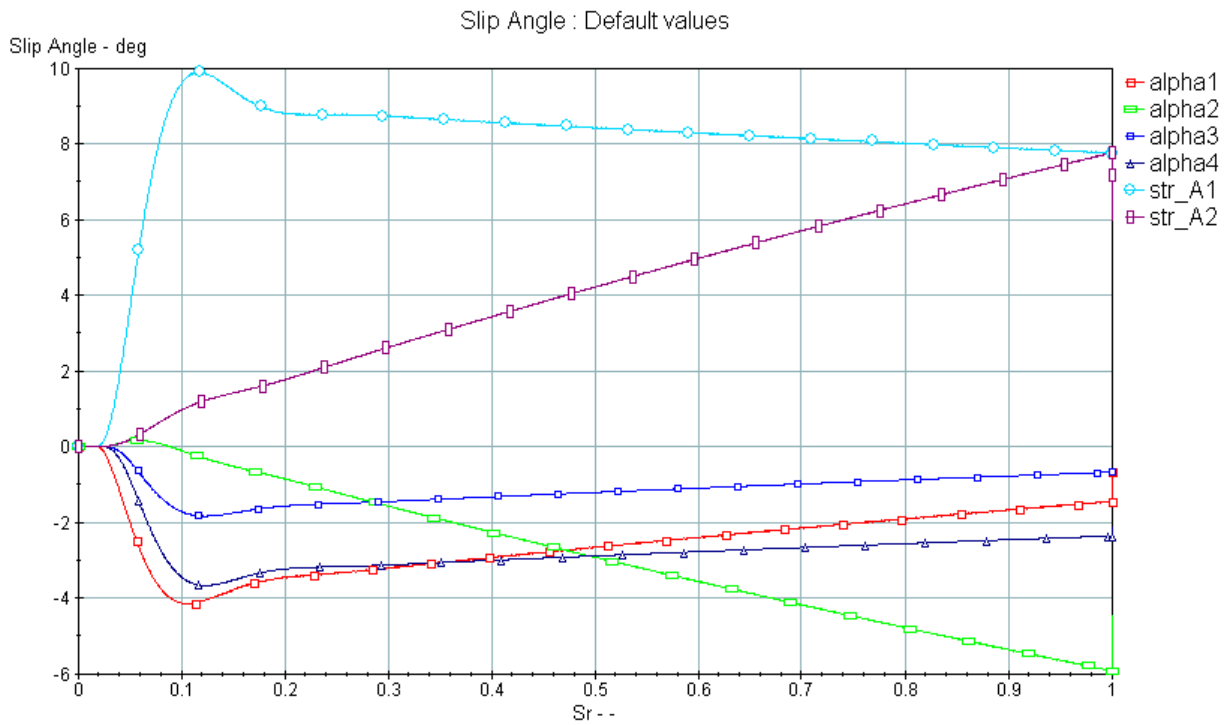


Figure 30-a Angles de glissement pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 40 kph.

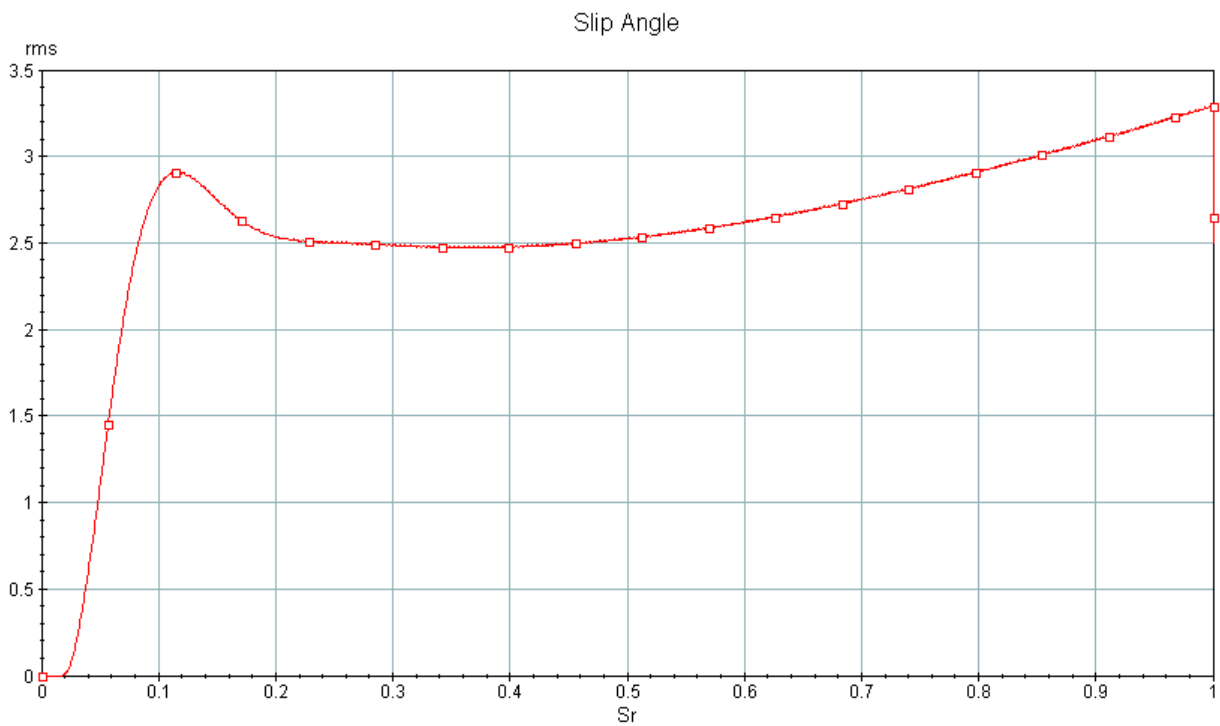


Figure 30-b Angles de glissement rms pour un rayon de 40 m et à une vitesse de 40 kph.

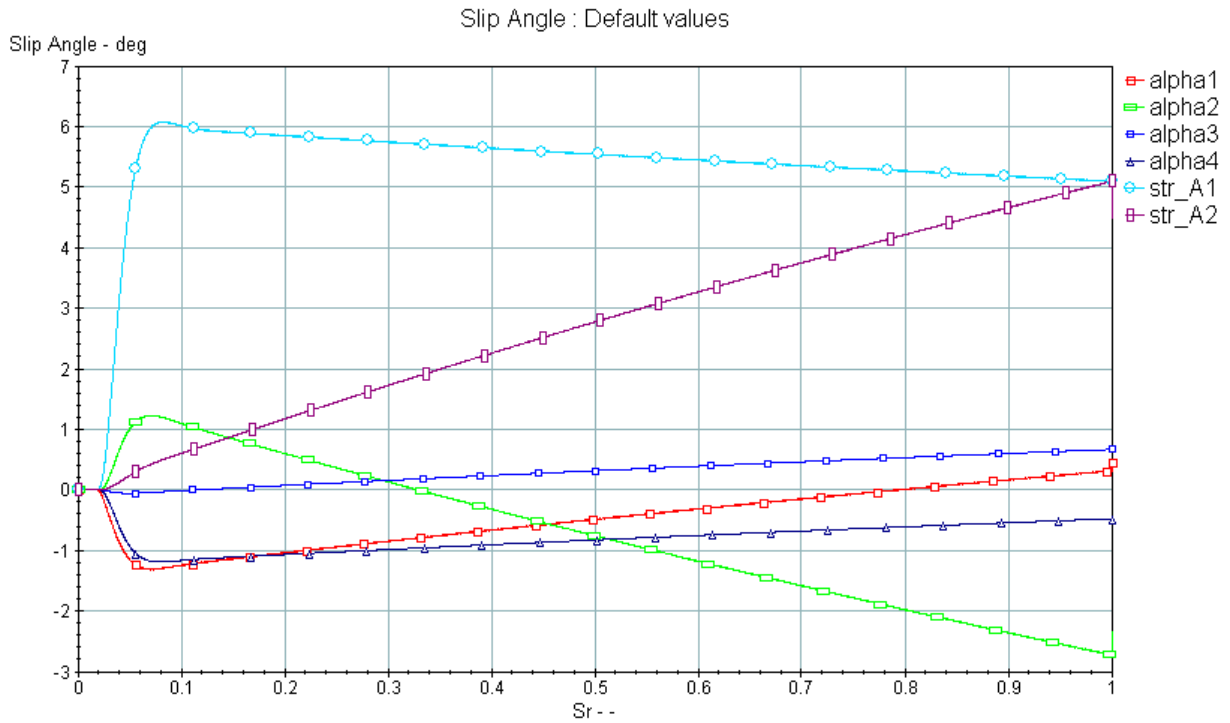


Figure 31-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 20 kph.

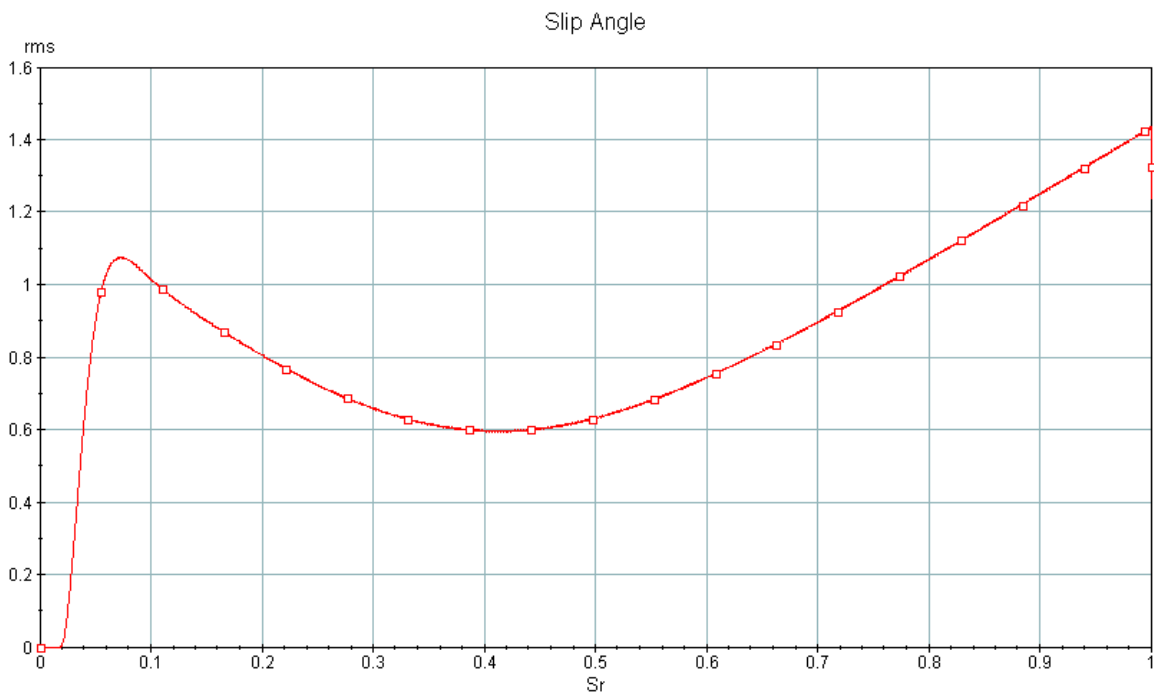


Figure 31-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 20 kph.

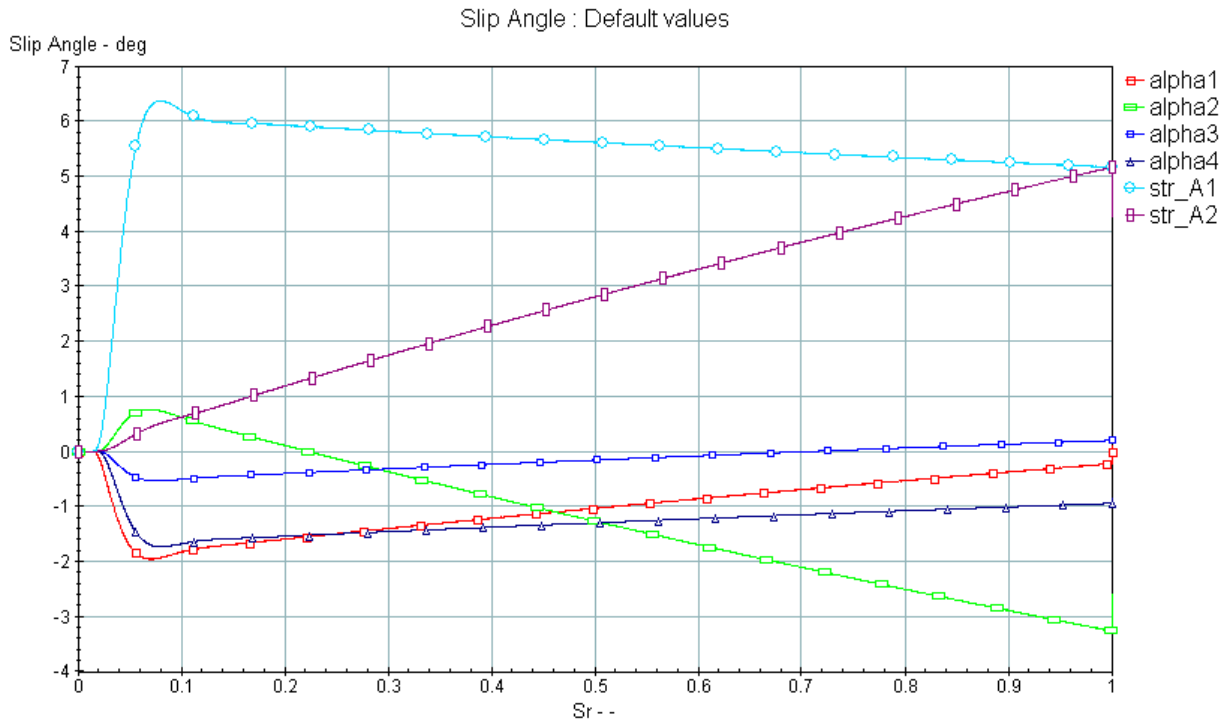


Figure 32-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 30 kph.

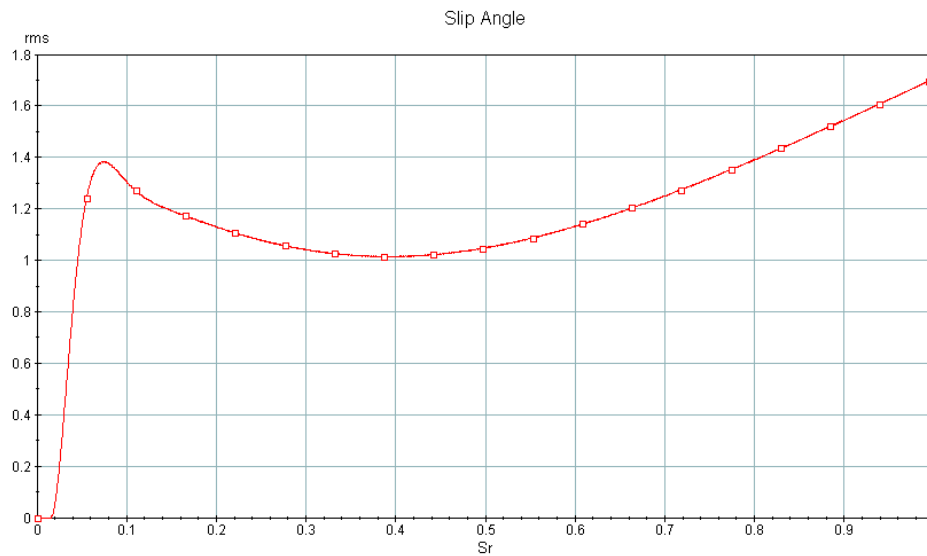


Figure 32-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 30 kph.

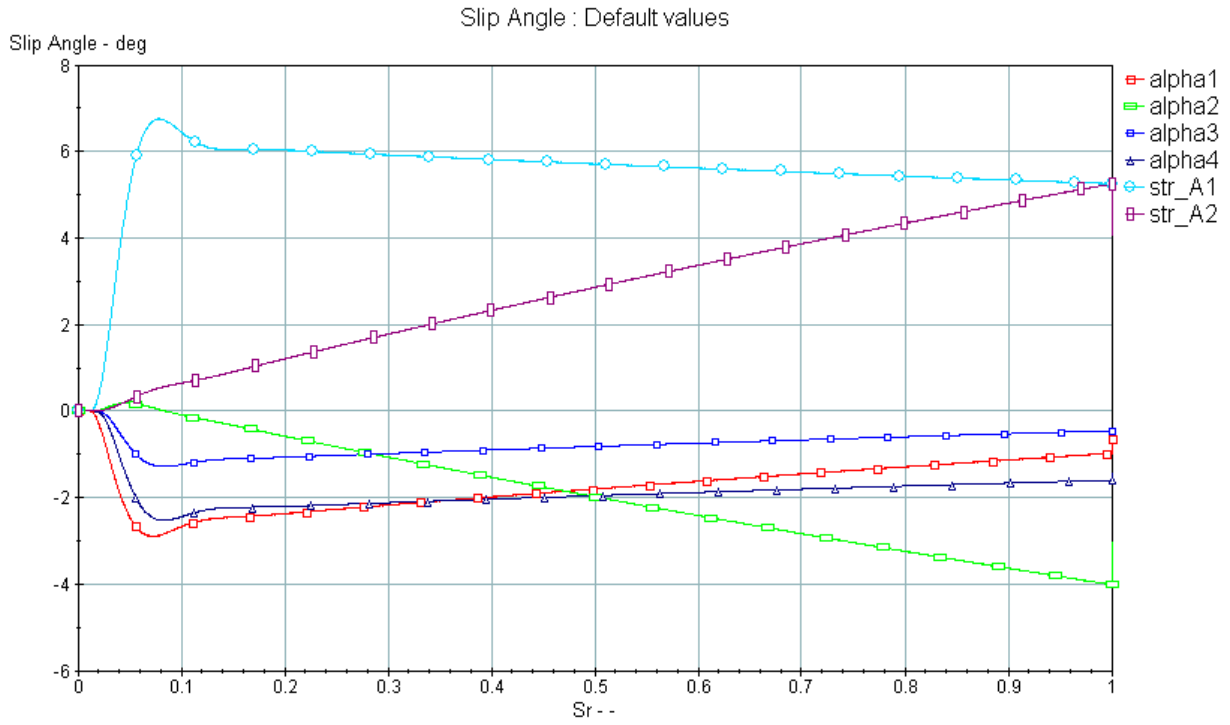


Figure 33-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 40 kph.

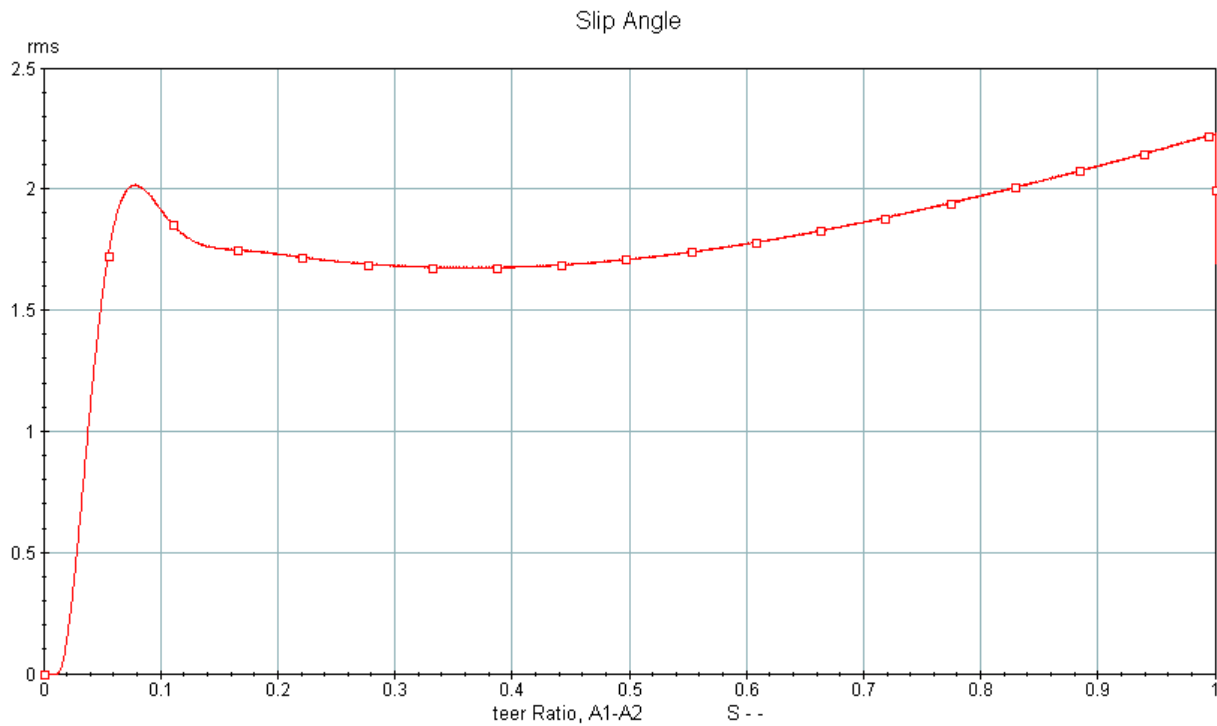


Figure 33-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 40 kph.

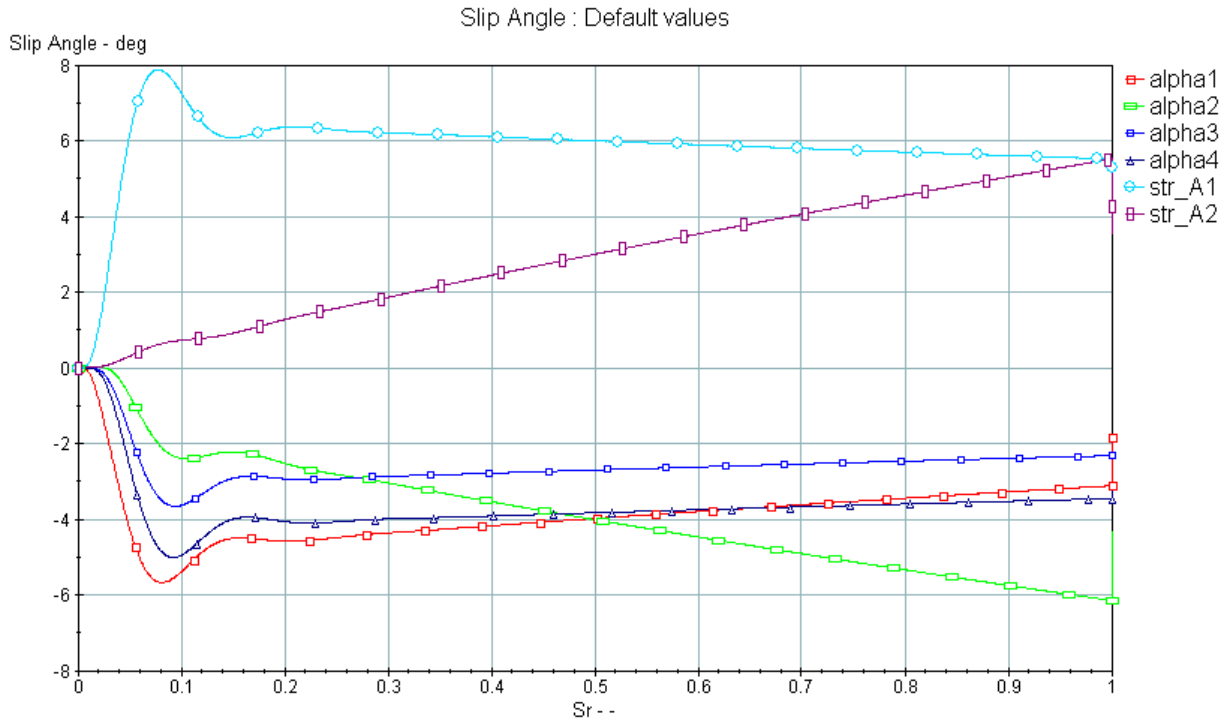


Figure 34-a Angles de glissement pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 60 kph.

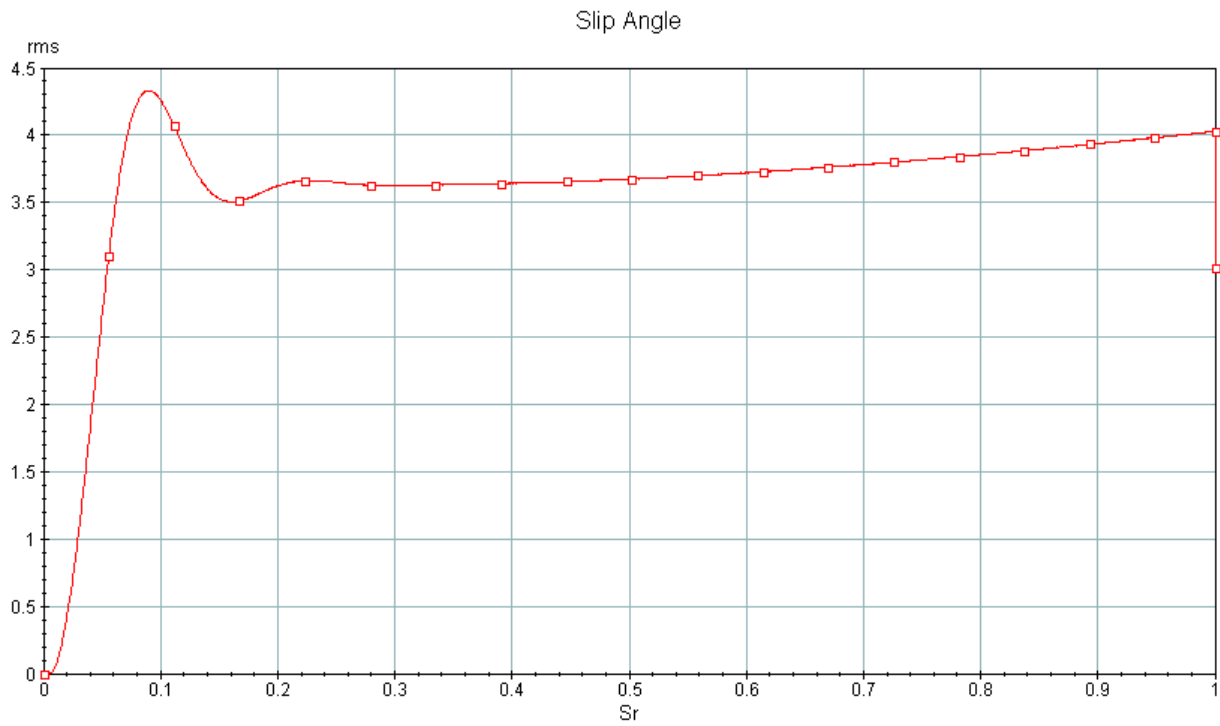


Figure 34-b Angle de glissement rms pour un rayon de 60 m et à une vitesse de 60 kph.

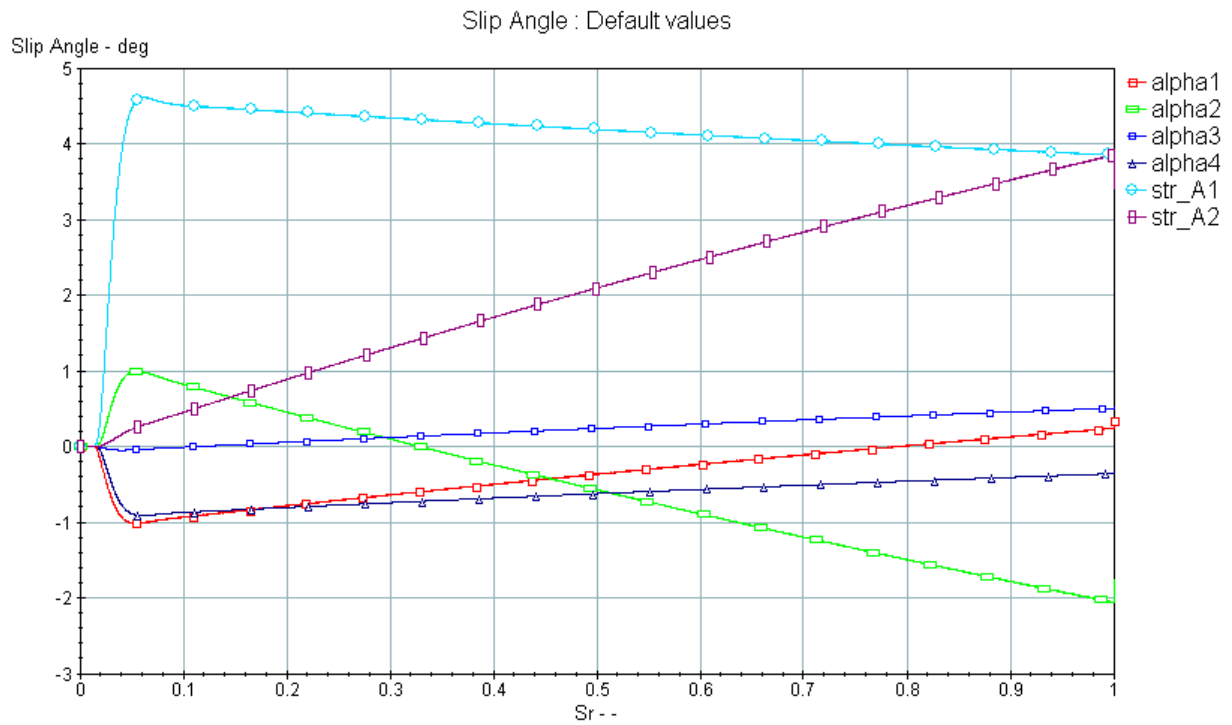


Figure 35-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 20 kph.

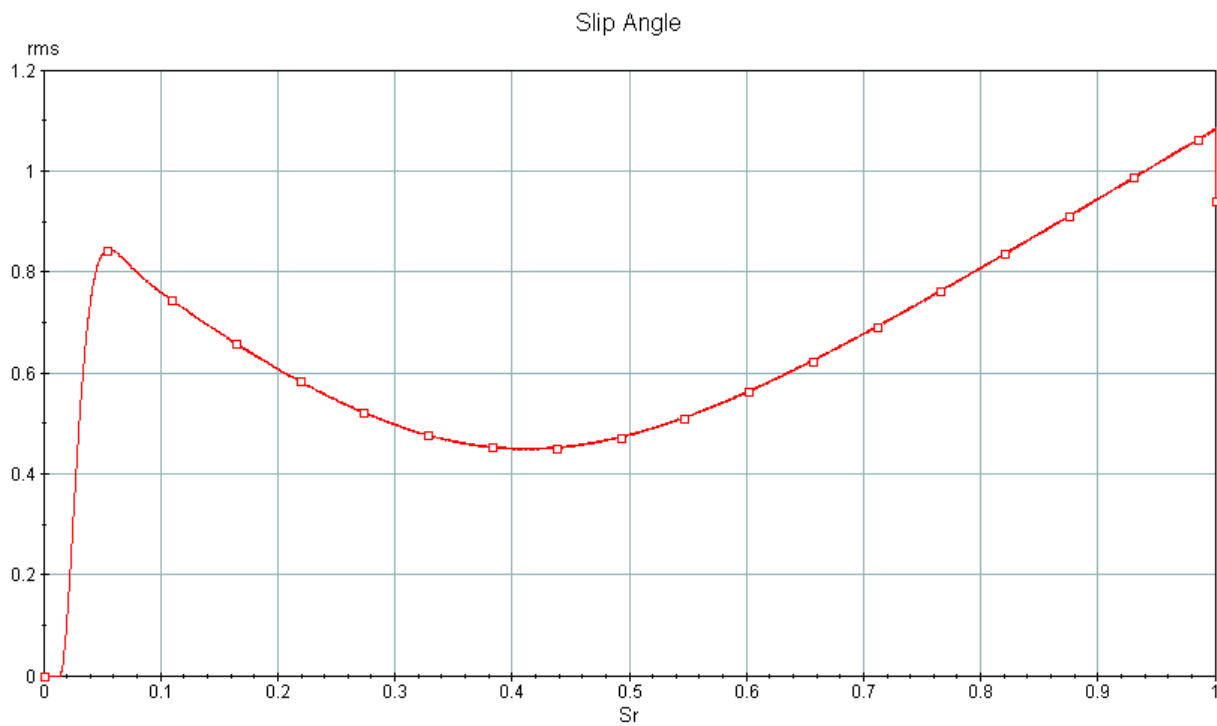


Figure 35-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 20 kph.

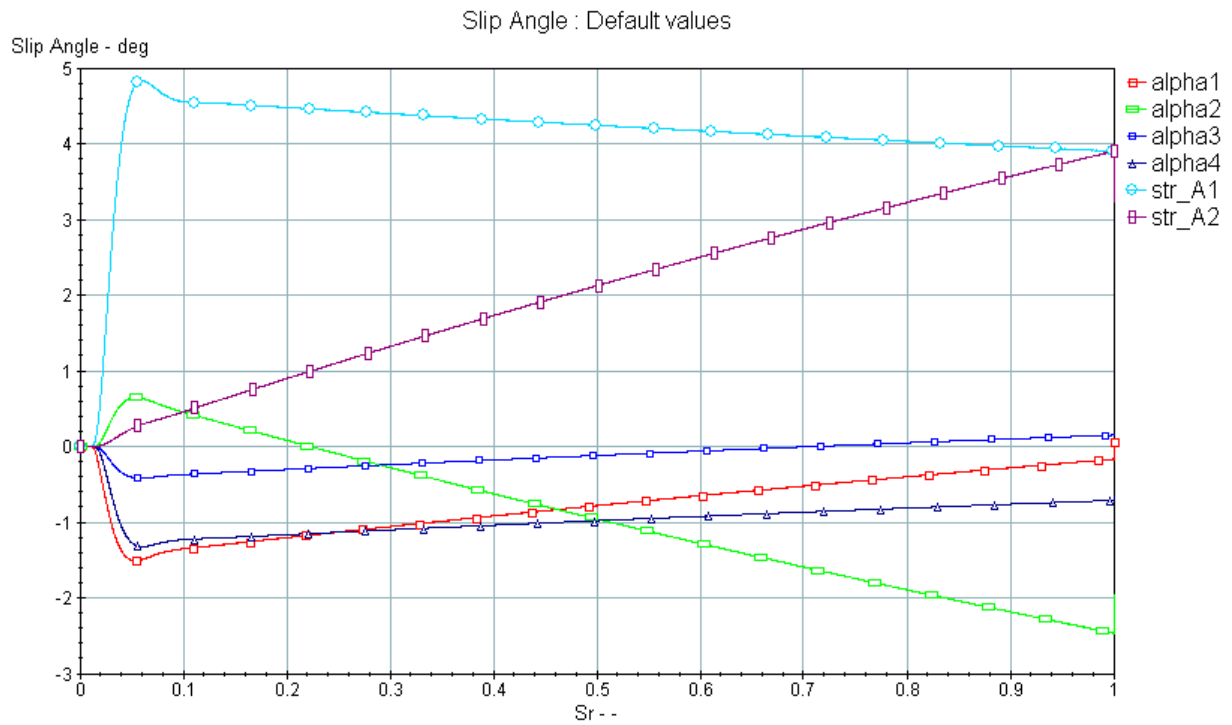


Figure 36-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 30 kph.

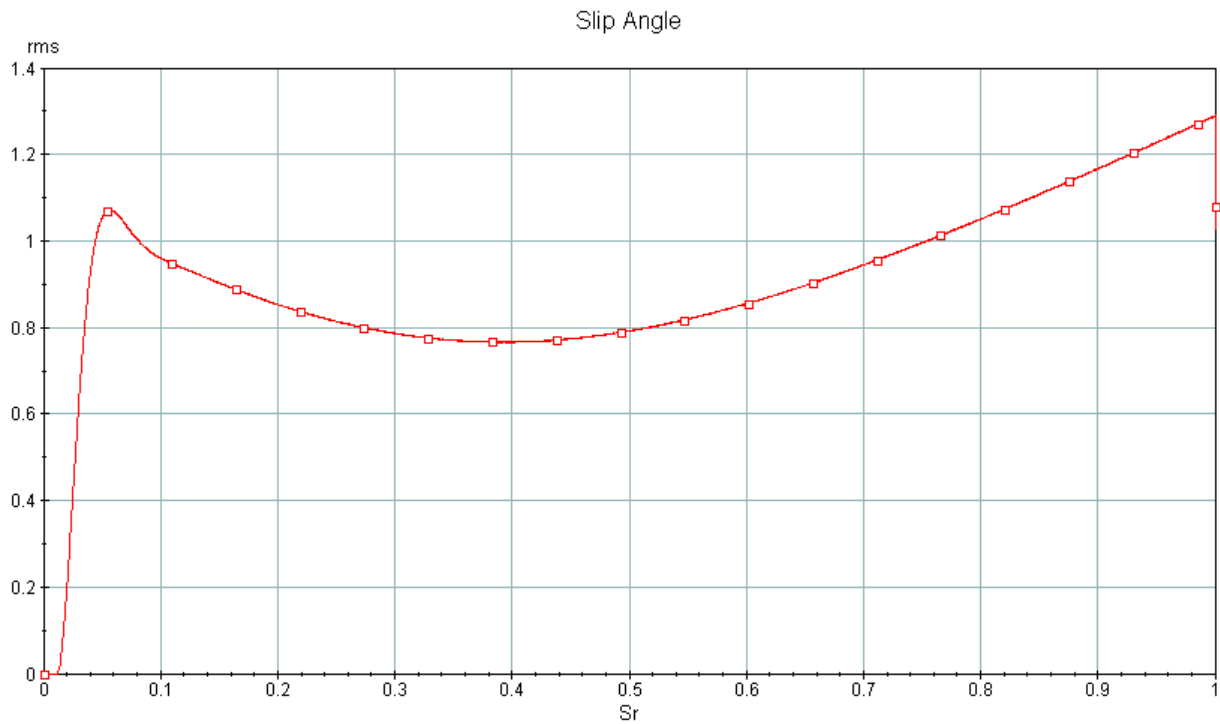


Figure 36-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 30 kph.

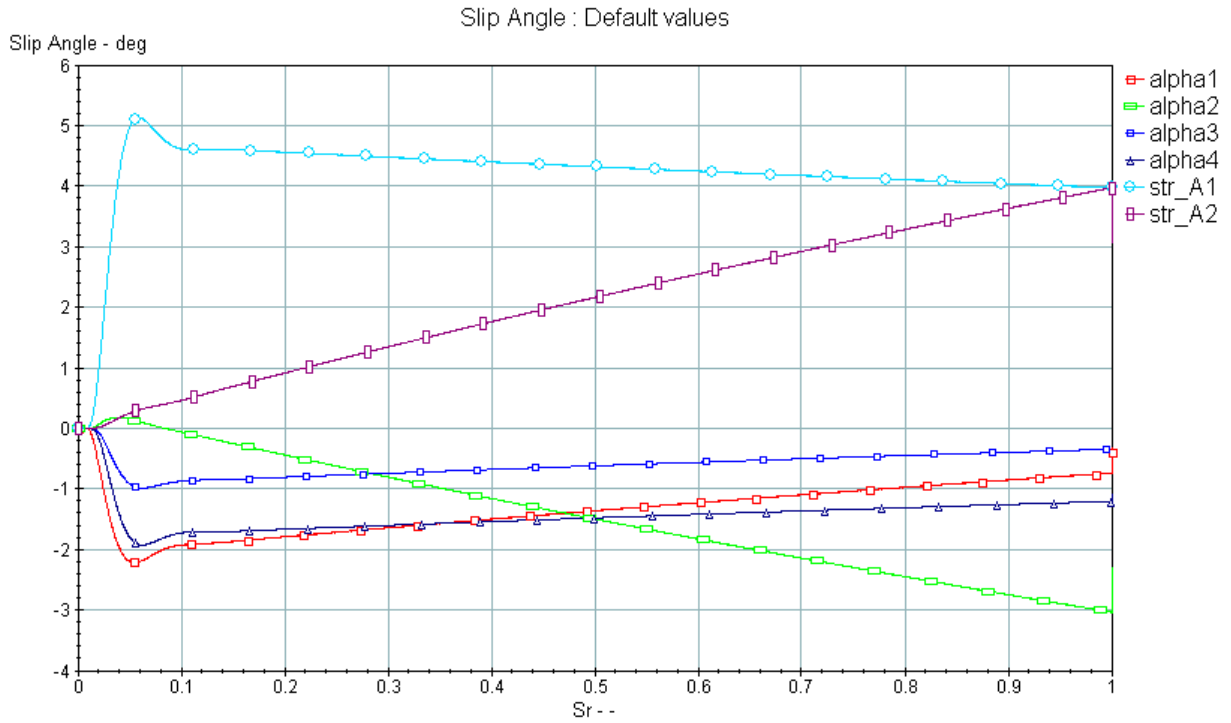


Figure 37-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 40 kph.

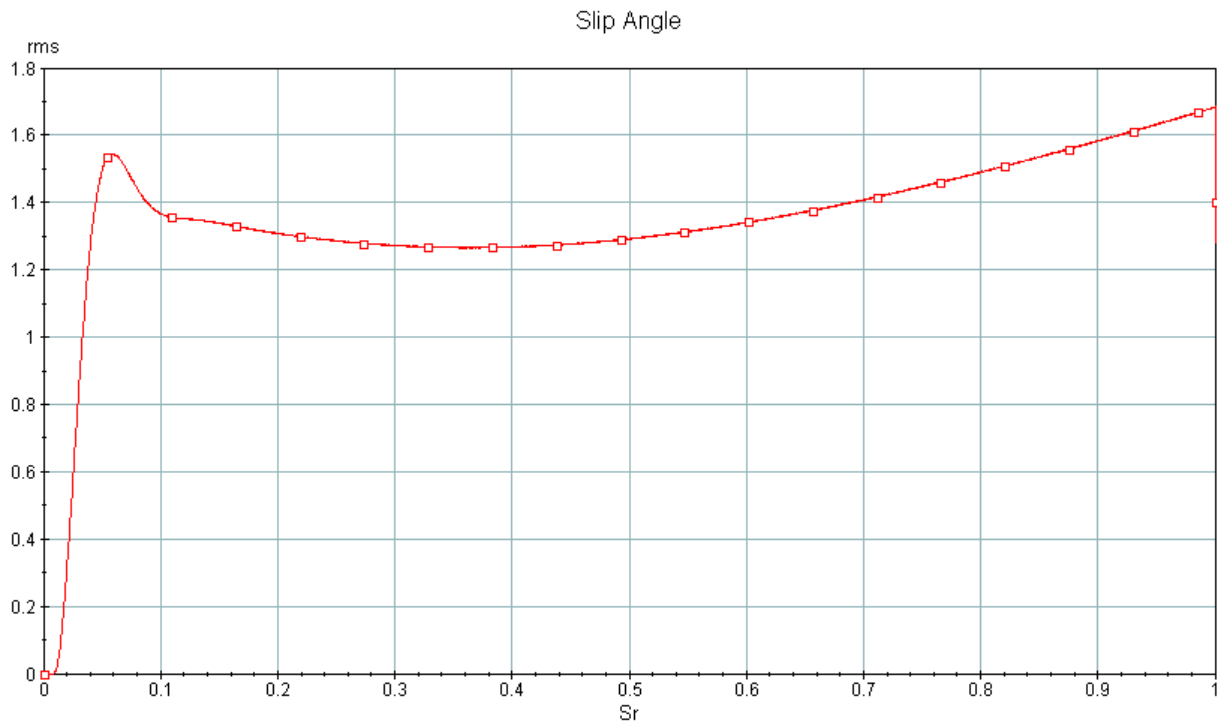


Figure 37-b Angle de glissement moyen rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 40 kph.

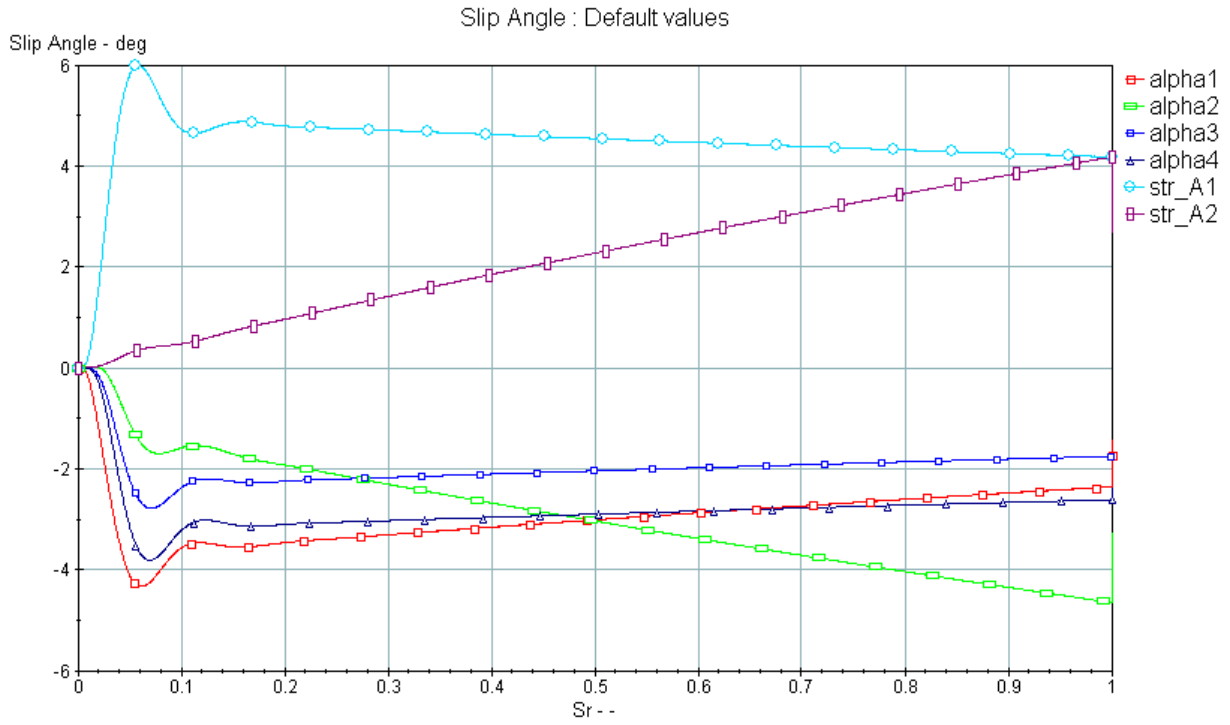


Figure 38-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 60 kph.

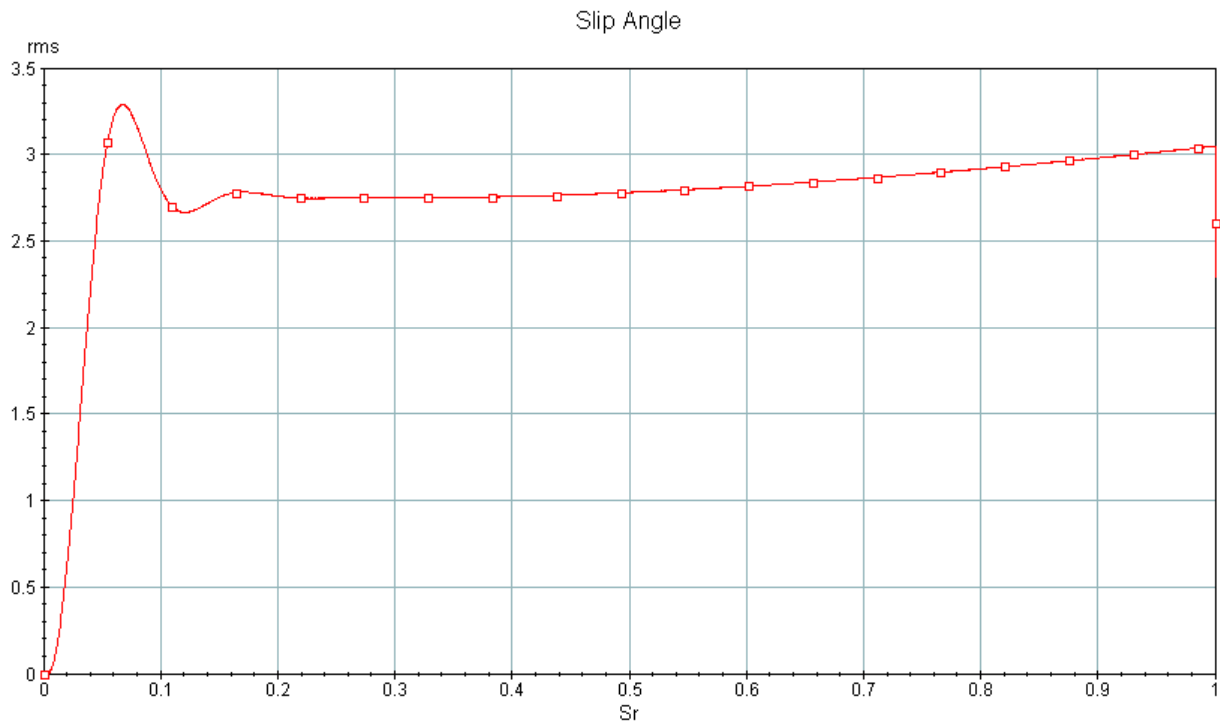


Figure 38-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 60 kph.

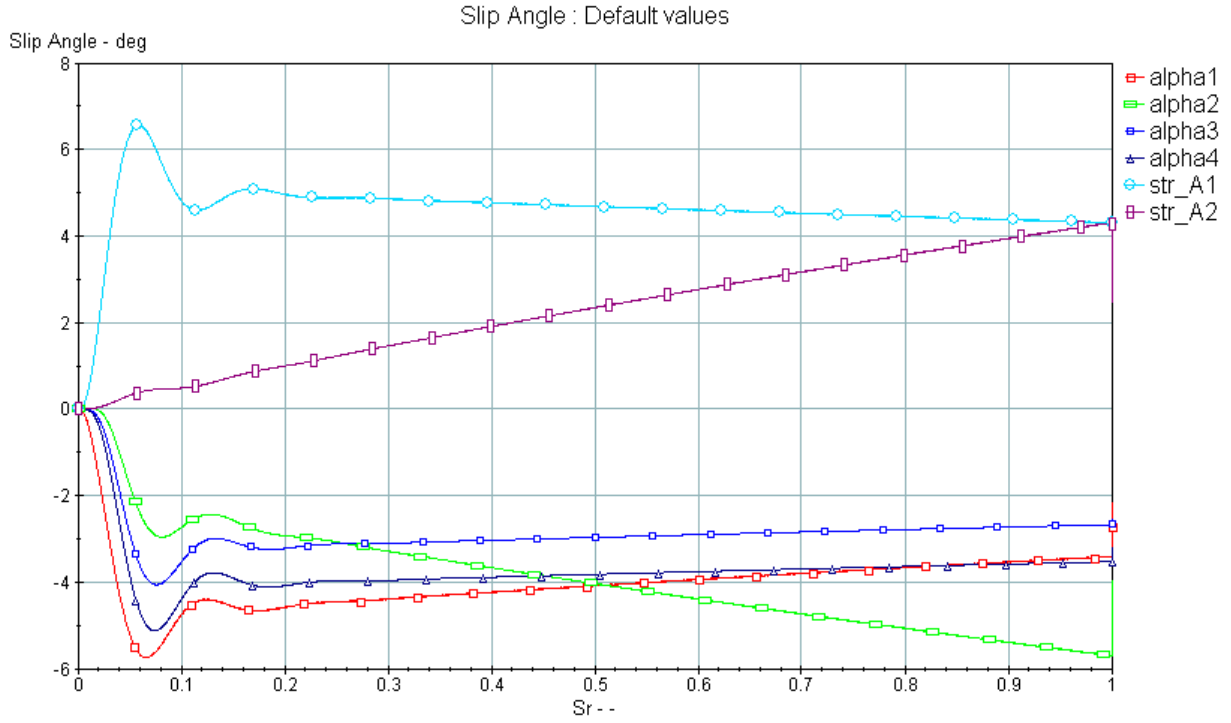


Figure 39-a Angles de glissement pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 70 kph.

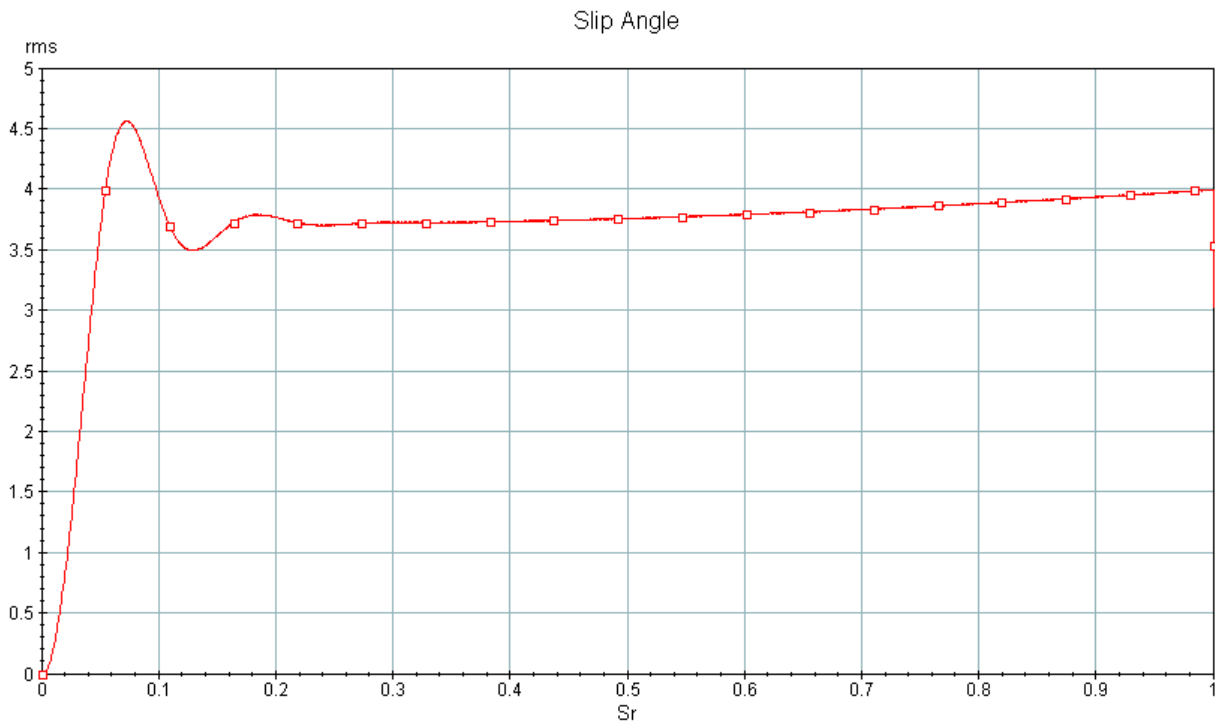


Figure 39-b Angle de glissement rms pour un rayon de 80 m et à une vitesse de 70 kph..

5-b) Simulations sur rayon constant: diagramme de manœuvre.

En imposant un cercle de rayon de 60 m et en faisant varier la vitesse du véhicule de 20 à 100 km/h, le diagramme de manœuvre est construit en traçant les angles aux roues en fonction de l'accélération latérales et ce pour un rapport d'angle allant de 0 à 1. La figure 40 montre l'évolution de l'angle aux roues pour différentes valeurs du rapport d'angle. Il importe de noter que plus l'accélération latérale augmente, plus l'angle au roue augmente. Ce résultat confirme ainsi ceux obtenus avec les modèles analytiques en régime permanent. La figure 40 montre un cas associé à un comportement sous-vireur (understeer). La figure 41 montre un résultat similaire mais dans ce cas le véhicule est caractérisé par un comportement survireur (oversteer). Ce cas est obtenu en imposant des rigidités latérales aux pneus des essieux 1 et 2 avec des valeurs supérieures à celles associées aux essieux du tandem. Ce résultat est corroboré par l'équation exprimant le coefficient de sous-virage en fonction des rigidités latérales du véhicule à deux essieux.

$$K_u = \frac{m(bk_2 - ak_1)}{k_1k_2lwb(1 - Sr)}$$

Cette équation met en évidence l'importance des rigidités latérales sur la manœuvrabilité du véhicule.

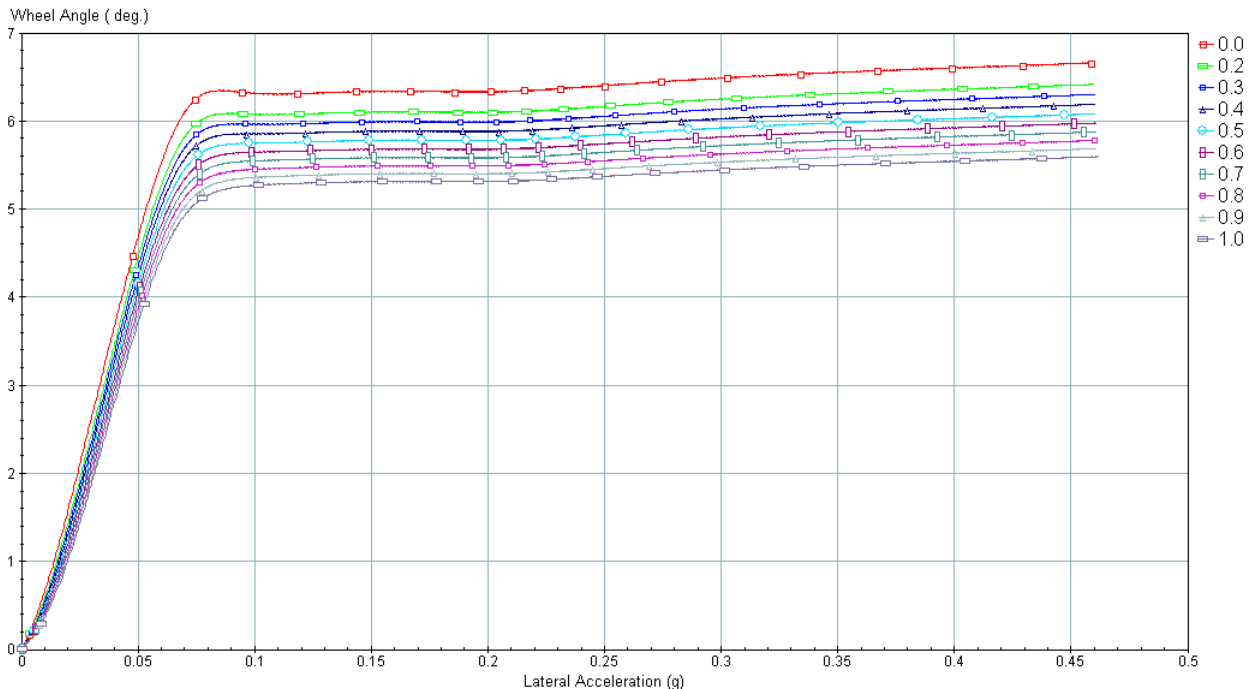


Figure 40 : Angles aux roues en fonction de l'accélération latérale.

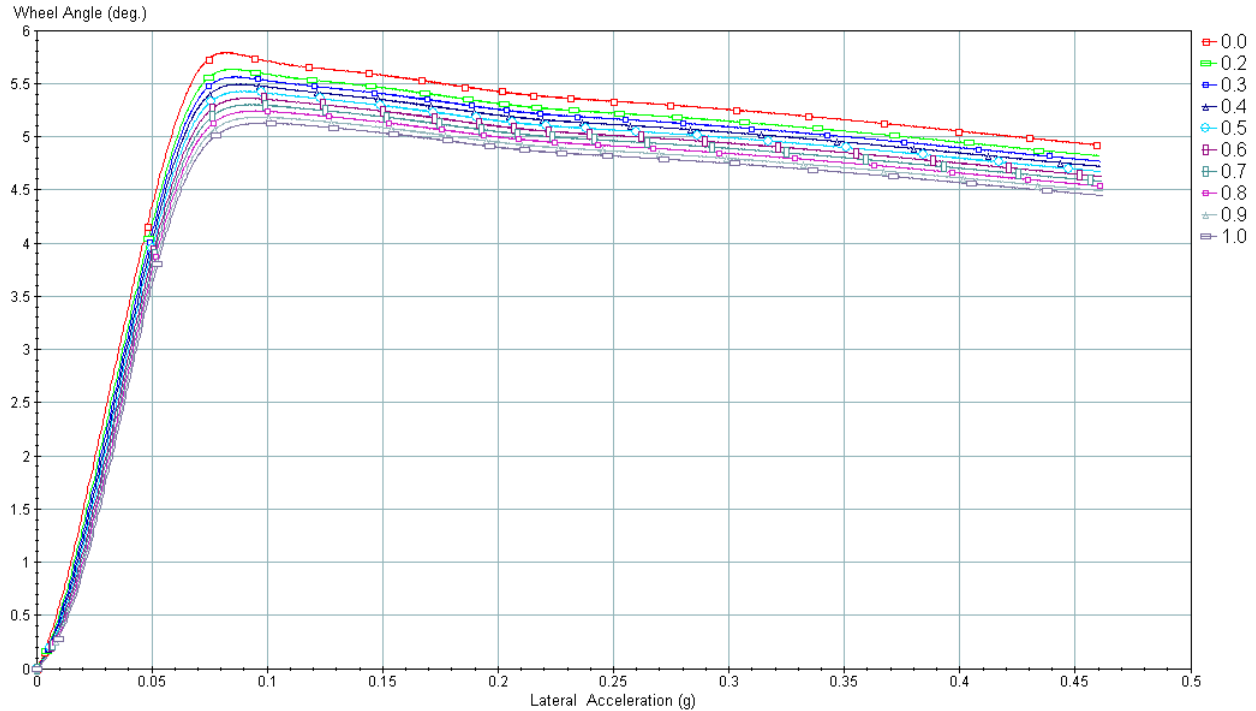


Figure 41: Angles aux roues en fonction de l'accélération latérale.

5-c) Simulations portant sur un changement de voie : régime transitoire

Dans le but d'analyser l'influence du second essieu directionnel sur la manœuvrabilité, une série de simulations portant sur l'évolution des angles de glissement durant l'exécution d'un changement de voie à différentes vitesses est réalisé. Les simulations sont effectuées à trois vitesses : 30 , 50 et 70 km/h. Les figures 42, 43 et 44 regroupent les résultats obtenus pour les vitesses retenues. Pour la vitesse de 30 km/h, plus le rapport d'angle augmente, plus les angles de glissement augmentent. Pour la vitesse de 50 km/h, les angles de glissement sont relativement constants. Cette constance des niveaux d'angle de glissement est également observée dans le cas des résultats associés à la vitesse de 70 km/h. Il importe de rappeler que les résultats fournis par les figures 42, 43 et 44 sont liés à un comportement sous-vireur du véhicule.

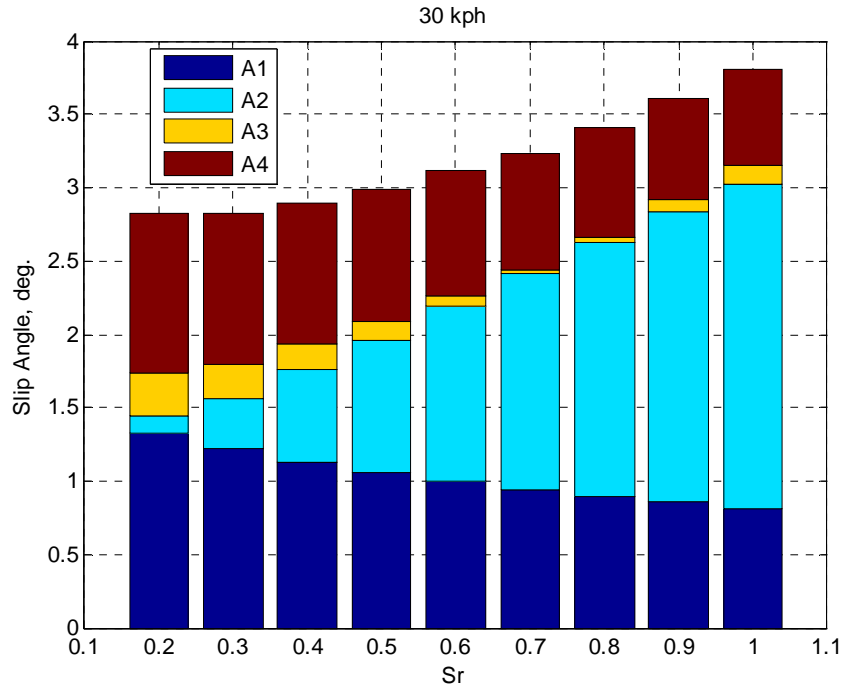


Figure 42 : Angles de glissement des quatre essieux à 30 km/h.

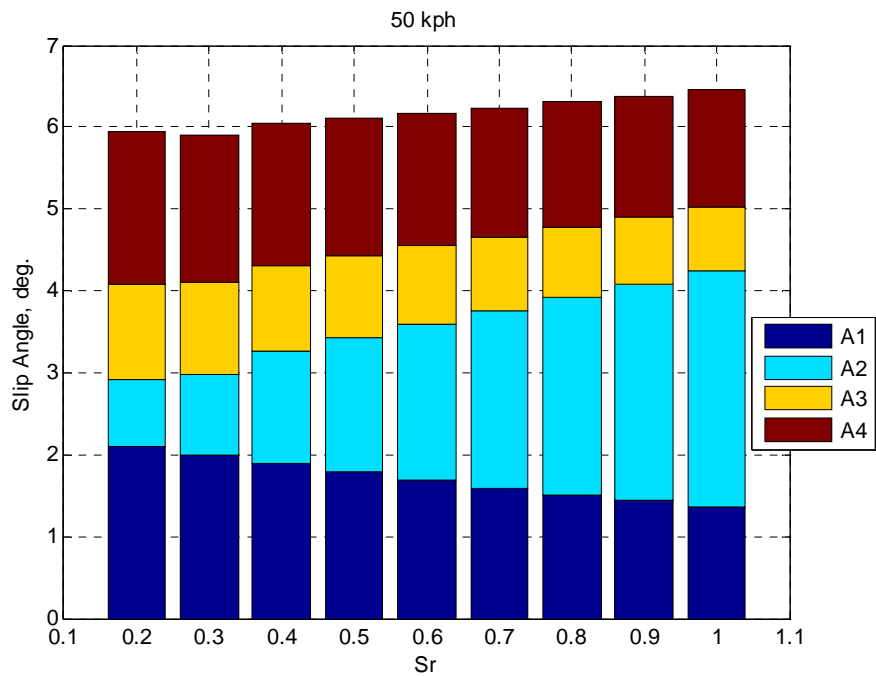


Figure 43 : Angles de glissement des quatre essieux à 50 km/h.

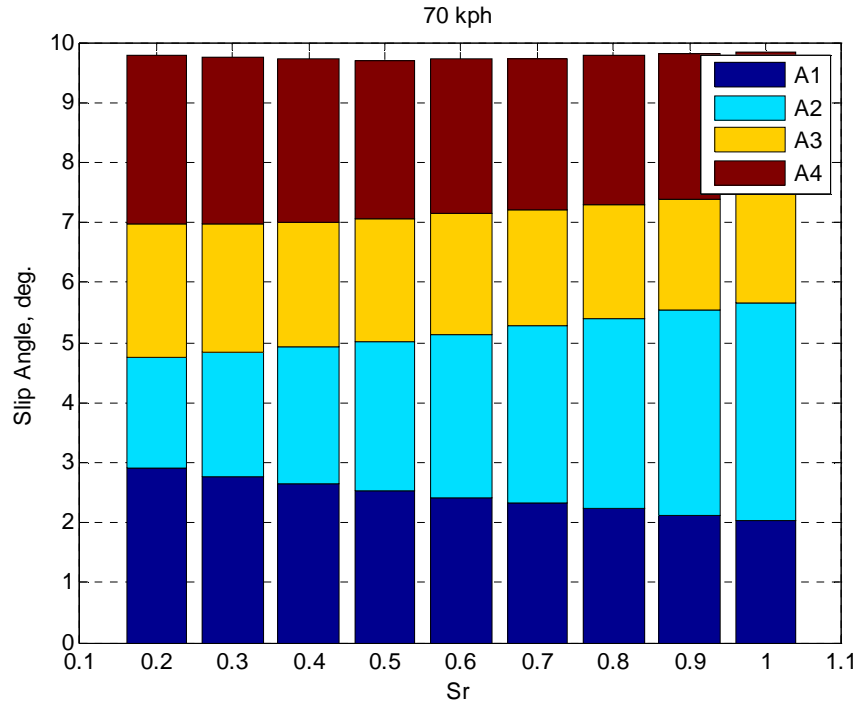


Figure 44 : Angles de glissement des quatre essieux à 70 km/h.

6-) Conclusion

Des modèles mathématiques analytiques et numériques simplifiés ont été développés en vue d'analyser la manœuvrabilité, en régimes permanent et transitoire, d'un véhicule à quatre essieux dont le second essieu est directionnel. Pour valider cette analyse, d'autres modèles mathématiques du même type ont été mis en œuvre dans le cas de véhicules à deux et trois essieux.

Les modèles développés ont permis de mettre en évidence les comportements de véhicule en régime permanent où les paramètres d'empattement effectif, de coefficient de sous-virage et la dynamique du mouvement en lacet ont été explorés. Les résultats obtenus démontrent que le coefficient de sous-virage ainsi que l'empattement effectif, sont liés à la masse totale du véhicule, à la localisation du centre de masse et à la valeur des rigidités latérales au niveau de chaque pneu. Les simulations associées au changement de voie (régime transitoire) effectuées sous différentes

vitesse ne démontrent aucun minimum, atteint dans l'intervalle du rapport d'angle exploré, des angles de glissement.

Les simulations effectués à basses vitesses et sur différents rayons de cercle démontrent qu'en imposant un rapport d'angle, au voisinage du rapport d'Ackerman (rapport à vitesse nul), permet de minimiser les angles de glissement des roues.

À hautes vitesses, les résultats de simulation démontrent que le fait de rendre le second essieu directionnel n'apporte aucune amélioration tangible tant en régime permanent qu'en régime transitoire. La localisation du second essieu, proche du centre de masse, ne permet pas de contribuer d'une façon significative dans l'équilibre des moments autour de l'axe du lacet (yaw moment).

Le rapport d'angle évalué, sous la condition d'un angle de glissement du véhicule nul, est caractérisé par des valeurs élevées et donc difficiles à réaliser en pratique. Par contre, lorsque le dernier essieu (quatrième essieu) du véhicule est directionnel, alors ce rapport d'angle est comparable à ceux observés pour les véhicules à deux et trois essieux. En effet, dans cette position, contrairement au second essieu, l'apport du quatrième essieu, en termes d'efforts latéraux, influence grandement l'équilibre des moments autour de l'axe du lacet.

Enfin, les modèles construits ont permis de mesurer l'importance des valeurs attribuées aux rigidités latérales des pneus. Selon ces valeurs, le véhicule peut passer de sous-vireur à sur-vireur. Il importe de souligner par ailleurs que ces rigidités évoluent en fonction de l'usure des pneus. La détermination des valeurs de ces rigidités est primordiale et ne peut être abordée que par voie expérimentale.

7-) Recommendations

Afin de compléter cette étude, nous recommandons les points suivants :

1. Disposer par voie de mesure des caractéristiques des forces et moments développés par les pneus du véhicule. Aucune investigation sérieuse ne peut être envisagée sans ces données.
2. Développer un modèle mathématique non linéaire élaboré d'un véhicule à quatre essieux. Ce modèle doit tenir compte du phénomène de roulis (transfert de charge) et d'un modèle non linéaire semi-empirique des efforts de pneus.
3. Sélectionner, pour fin de simulation et d'analyse, deux types de configurations de véhicule:
 - a) un véhicule à quatre essieux dont le second est directionnel (Pusher Axle);
 - b) un véhicule à quatre essieux dont le dernier essieu est directionnel (Tag Axle).
4. Intégrer au modèle du véhicule développé, un contrôleur permettant d'optimiser la manœuvrabilité du véhicule.

8-) Bibliographie

1. B., Falah, *Évaluation d'un véhicule d'une seule unité à 4 essieux muni d'un essieu auto-vireur (libre/bloqué) et d'un essieu à direction forcée*, rapport technique, UQAR, 2008
2. Furukawa, Y., 'A review of four-wheel steering studies from the viewpoint of vehicle dynamics and control', *Vehicle system dynamics*, Vol/no: 18, 1-3, 1989.
3. Chen, D., 'Vehicle stability improvement by active front steering control', American Society of Mechanical Engineers, 2007 Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, DETC2007, Vol/no: 3 PART B, 2007, p.1185-1192.
4. Qiuzhen Qu, J. W., Zu' *On Steering of Commercial Three-Axle Vehicle*', *Journal of Dynamic Systems, Measurement and control*, March 2008, Vol. 130.
5. Goehring, , E. Von Glasner, 'Optimization of Manoeuvrability and Directional Stability of Commercial Vehicles by an Electronically Controlled all Wheel Steering System, SAE paper No 945090